



BRUNO FAZENDEIRO DONADON

**ESTUDO DE VIGAS DE MADEIRA DE
REFLORESTAMENTO LAMINADAS COLADAS
REFORÇADAS POR FIBRAS**

**CAMPINAS
2015**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E
URBANISMO

BRUNO FAZENDEIRO DONADON

ESTUDO DE VIGAS DE MADEIRA DE
REFLORESTAMENTO LAMINADAS COLADAS
REFORÇADAS POR FIBRAS

Dissertação de Mestrado apresentada a Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de Estruturas e Geotécnica.

Orientador: Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia
Coorientador: Prof. Dr. Leandro Mouta Trautwein

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO BRUNO FAZENDEIRO DONADON E ORIENTADO PELO PROF. DR. NILSON TADEU MASCIA.

ASSINATURA DO ORIENTADOR

A handwritten signature in black ink, reading "Nilson Tadeu Mascia", written over a horizontal line.

CAMPINAS
2016

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CNPq, 830539/1999-9

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

D714e Donadon, Bruno Fazendeiro, 1985-
Estudo de vigas de madeira de reflorestamento laminadas coladas reforçadas por fibras / Bruno Fazendeiro Donadon. – Campinas, SP : [s.n.], 2016.

Orientador: Nilson Tadeu Mascia.
Coorientador: Leandro Mouta Trautwein.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.

1. Sisal. 2. Fibra de curauá. 3. Reforço de fibras. 4. Vigas de madeira. I. Mascia, Nilson Tadeu, 1956-. II. Trautwein, Leandro Mouta, 1977-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Study of glued laminated timber from reforestation reinforced with fiber

Palavras-chave em inglês:

Sisal

Curauá fiber

Fiber reinforcement

Wooden beams

Área de concentração: Estruturas e Geotécnica

Titulação: Mestre em Engenharia Civil

Banca examinadora:

Leandro Mouta Trautwein [Coorientador]

Cilmar Donizeti Basaglia

Juliano Fiorelli

Data de defesa: 29-01-2016

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Civil

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E
URBANISMO**

**ESTUDO DE VIGAS DE MADEIRA DE
REFLORESTAMENTO LAMINADAS COLADAS
REFORÇADAS POR FIBRAS**

BRUNO FAZENDEIRO DONADON

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

**Prof. Dr. Leandro Mouta Trautwein
Presidente e Coorientador/FEC/UNICAMP**

**Prof. Dr. Cilmar Donizeti Basaglia
FEC/UNICAMP**

**Prof. Dr. Juliano Fiorelli
FZEA/USP**

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 29 de Janeiro de 2016

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia pela oportunidade de realizar este trabalho, por toda orientação e incentivo durante o curso de pós-graduação.

Agradeço ao Prof. Dr. Leandro M. Trautwein por sua ajuda para a realização deste trabalho e por todo incentivo e paciência nos momentos finais deste trabalho.

Agradeço à Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da UNICAMP por disponibilizar os laboratório e equipamentos necessários para a realização dessa pesquisa.

Agradeço aos técnicos do Laboratório de Estruturas por me acompanhar e auxiliar durante a realização dos ensaios.

Agradeço à equipe do laboratório da faculdade de engenharia agrícola da UNICAMP, em especial ao Prof. Dr. Julio Soriano por nos receber e ajudar com os ensaios com as fibras Vectran[®].

Agradeço à Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP e ao técnico José Luis por sua ajuda com os ensaios das fibras.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro concedido que tornou possível a realização deste trabalho.

Agradeço à empresa Kuraray e seus representantes pelo suprimento de fibras Vectran utilizados neste trabalho.

Agradeço à empresa Texiglass pela tecelagem da manta de fibras Vectran utilizados neste trabalho.

Agradeço a minha família por todo carinho, apoio e incentivo durante a jornada de estudos.

Aos meus amigos especialmente ao Flavio, André, Franco, Igor, Wagner e Karine, deixo aqui meus sinceros agradecimento pelos diversos momentos vividos, por toda orientação e todo apoio que recebi.

Resumo

O crescente interesse por construções sustentáveis tem estimulado o crescimento do mercado construtivo de estruturas em madeira e aliado ao crescente desenvolvimento tecnológico da produção de fibras, sintéticas e naturais, com alto desempenho resistente frente a solicitações mecânicas, tem motivado pesquisa sobre sistemas construtivos que associem estes materiais sob a ótica de se utilizar as melhores propriedades mecânicas dos mesmos. Neste sentido, neste projeto foi desenvolvido um estudo de vigas de madeira laminada colada de reflorestamento, da espécie *Pinus Elliottii*, reforçadas com fibras naturais, de Curauá e sisal, e com fibras sintéticas de Vectran, de modo analítico, através do método da seção transformada, de forma experimental, com ensaios de vigas de madeira laminada colada com reforço posicionado na região mais tracionada. Os resultados obtidos neste estudo demonstram que a aplicação de fibras naturais, tanto Curauá como Sisal, levam à uma melhora nas propriedades de rigidez dos elementos, aumentando em até 20% em relação à rigidez inicial do elemento e uma melhora de até 20% nos valor de resistência à ruptura, porém sua aplicabilidade se torna comprometida devido a baixa trabalhabilidade que esses materiais apresentaram. O estudo as fibras Vectram indicam que sua aplicação como reforço estrutural de elementos proporciona um aumento de até 36% em relação a rigidez inicial do elemento e um aumento de até 23% da resistência a ruptura. Paras todos os casos estudados foi verificado que a aplicação de fibras como reforço estrutural altera o modo de ruptura da viga, mudando de uma ruptura brusca para uma ruptura dúctil, apresentando grandes deformações antes da ruptura final.

Palavras Chave: Reforço de fibras, Sisal, Curauá, Vectran, Madeira laminada.

Abstract

The growing interest in sustainable buildings has stimulated the growth of the construction market with timber structures and, combined with the growing technological development of the production of fibers, synthetic and natural, with high performance durable against mechanical stress, it has motivated research on building systems that combine these materials from the perspective of using the best mechanical properties of the same. In this sense, this project has been developed a study of glued laminated timber beams reforestation of the species *Pinus elliottii*, reinforced with natural fibers, Curauá and Sisal, and synthetic fiber Vectran, analytically, using the transform method section , experimentally, with wooden beams tests glued laminated with reinforcement positioned at the tensioned region. The results of this study demonstrate that the application of natural fibers, both Curauá as Sisal, leading to an improvement in the stiffness properties of the elements, increasing up to 20% compared to the initial stiffness of the element and an improvement of 20% in value resistance to breakage, but its applicability becomes compromised due to poor workability showed that these materials. The study indicate that Vectram fibers application as a structural reinforcing element provides an increase of 36% compared to the initial stiffness of the element and up to 23% of rupture resistance. Paras all cases studied, we found that the application of fibers as structural reinforcement of the beam changes the burst mode, changing from a sharp break in a ductile break, showing large deformations before final rupture.

Key words: Fiber Reinforcement, Sisal, Curauá, Vectran, Wood Laminates.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - CONSUMO DE DIÓXIDO DE CARBONO EM SITUAÇÃO DE BIOMASSA DESENVOLVIDA (A) E BIOMASSA EM DESENVOLVIMENTO (B).	18
FIGURA 2 – EXEMPLO DE FORMAÇÃO DA MADEIRA LAMINADA COLADA (MLC).....	19
FIGURA 3 - PONTE EM MICHIGAN, ESTADOS UNIDOS, UTILIZANDO SISTEMA DE MADEIRA LAMINADA COLADA EM ARCO.	20
FIGURA 4 - SUBDIVISÃO DOS COMPONENTES PRESENTES EM UM COMPÓSITO APRESENTADA POR SILVA FILHO E GARCEZ (2007).....	21
FIGURA 5 – PONTE EM MLC E PRF COM 19,5M DE COMPRIMENTO CONSTRUÍDA EM DALAWERE, IA - US, COM CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO MONITORADAS ATRAVÉS DE SENSORES.	22
FIGURA 6 – REFORÇO DE FIBRA DE CARBONO APLICADO EM LAJE (A) E EM PILAR (B) E (C).....	22
FIGURA 7 – ROLOS COM FIOS E PRODUTOS DE VECTRAN.	27
FIGURA 8 – VECTRAN NA FORMA TECIDA EM FAIXAS DE 8CM DE LARGURA.	27
FIGURA 9 – ESTRUTURA MOLECULAR DO CRISTAL LÍQUIDO ANTES E DEPOIS DO PROCESSO DE FIAÇÃO.....	28
FIGURA 10 - AIRBAGS COMPOSTO DE VECTRAN UTILIZADOS NA SONDA SPIRIT DA MISSÃO MARS EXPLORATION ROVERS.	29
FIGURA 11 - PROCESSO PRODUTIVO DAS FIBRAS DE CURAUÁ: (A) PLANTIO; (B) COLHEITA DAS FOLHAS; (C) DESFIBRAMENTO DAS FOLHAS; (D) SECAGEM DAS FIBRAS.	31
FIGURA 12 – PLANTAÇÃO DE SISAL	33
FIGURA 13 – EXEMPLIFICAÇÃO DE VIGA FORMADA POR MATERIAL DE DIFERENTES ELASTICIDADES (A) PARA UMA SEÇÃO FORMADA POR APENAS UMA ELASTICIDADE (B).....	34
FIGURA 14 - DETALHAMENTO SEÇÃO TRANSVERSAL DAS VIGAS DE MLC APRESENTANDO SUAS DIMENSÕES EM MM.....	37
FIGURA 15 – FIBRAS UTILIZADAS PARA REFORÇO DAS VIGAS DE MLC. (A) MANTA DE VECTRAN GRAMATURA 800G/M ² , (B) MANTA DE VECTRAN GRAMATURA 400 G/M ²	37
FIGURA 16 - FIBRAS UTILIZADAS PARA REFORÇO DAS VIGAS DE MLC. (A) MANTA DE SISAL 1393G/M ² , (B) FIBRAS DE CURAUÁ	38
FIGURA 17 – ESQUEMA DE MONTAGEM PARA ENSAIO DE TRAÇÃO DAS FIBRAS VECTRAN. UNIDADE EM MILÍMETROS.	39
FIGURA 18 – MAQUINA UNIVERSAL DE ENSAIOS WDW 100E UTILIZADA NOS ENSAIOS DE TRAÇÃO.	39
FIGURA 19 – CORPO DE PROVA FEITO DE FIO VECTRAN HT POSICIONADO EM MAQUINA UNIVERSAL DE ENSAIOS PARA TESTA DE TRAÇÃO.	40
FIGURA 20 – ESQUEMA DE MONTAGEM DO ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS. CARREGAMENTO CENTRAL ENTRE UM APOIO FIXO E UM MÓVEL.	41
FIGURA 21 – SISTEMA DE APOIO UTILIZADO NO ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGAS DE MLC. (A) ROLETE LISO APOIADO SOBRE PLACA LISA PERMITINDO ROTAÇÃO E TRANSLAÇÃO HORIZONTAL. (B) ROLETE LISO SOBRE PLACA COM LIMITADORES DE TRANSLAÇÃO HORIZONTAL PERMITINDO ROTAÇÃO.	42
FIGURA 22 - CONFIGURAÇÃO UTILIZADA PARA MONTAGEM DO ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS. DIMENSÕES APRESENTADAS EM MM.....	42
FIGURA 23 – VIGA MONTADA NO LABORATÓRIO DA FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO DA UNICAMP.	43
FIGURA 24 – VIGA DE MADEIRA LAMINADA COLADA COM REFORÇO APLICADO POSICIONADA PARA ENSAIO DE FLEXÃO COM MONITORAMENTO ATRAVÉS DE TRANSDUTOR DE DESLOCAMENTO E CÉLULA DE CARGA.	44
FIGURA 25 – POSICIONAMENTO DOS TRANSDUTORES DE DESLOCAMENTO PARA OS ENSAIOS DE FLEXÃO DE VIGAS DE MADEIRA LAMINADA COLADA.	45
FIGURA 26 – PORÇÕES SEPARADAS COM PESO DE 75G DE FIBRAS DE CURAUÁ.	46
FIGURA 27 – PORÇÕES SEPARADAS DE FIBRA VECTRAN HT COM COMPRIMENTO 2800MM E 53MM DE LARGURA..	46
FIGURA 28 – PORÇÕES DA MALHA DE FIBRA DE SISAL PREPARADAS COM AS DIMENSÕES DE 52MM DE LARGURA..	46
FIGURA 29 – VIGAS RECEBENDO REFORÇO DE FIBRAS EM SUA SUPERFÍCIE.	47

FIGURA 30 – APLICAÇÃO DO COMPÓSITO FIBROSO NAS VIGAS DE MLC. CAMADA DE REFORÇO DE FIBRAS SENDO PRESSIONADA POR ROLO PARA RETIRADA DO AR (A) E DETALHE DO ACABAMENTO DO COMPÓSITO REFORÇADO COM FIBRA (B).	47
FIGURA 31 – REPRESENTAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA ESQUEMATIZANDO A APLICAÇÃO DE REFORÇO DE FIBRAS COM MAIS DE UMA CAMADA.	48
FIGURA 32 – POSICIONAMENTO DOS EXTENSÔMETROS SOBRE A SUPERFÍCIE DA VIGA. UNIDADE EM MM.....	49
FIGURA 33 – DETALHE DO POSICIONAMENTO DOS EXTENSÔMETROS SOBRE A SUPERFÍCIE DA VIGA AO LONGO DE UM MESMO ALINHAMENTO VERTICAL.	49
FIGURA 34 – DETALHE DA REGIÃO CENTRAL DA VIGA REFORÇADA MOSTRANDO O POSICIONAMENTO DOS EXTENSÔMETROS SOBRE A SUPERFÍCIE DA VIGA COM AS COORDENADAS DO POSICIONAMENTO. MEDIDAS APRESENTADAS EM MM.....	50
FIGURA 35 – DETALHE DO TRAVAMENTO LATERAL DA VIGA MONTADO SOBRE OS APOIOS.	51
FIGURA 36 – DETALHE DO CUTELO UTILIZADO NOS ENSAIOS. CUTELO UTILIZADO NOS ENSAIOS DA SÉRIE 1 COM DIMENSÕES INDICADAS NA NORMA BRASILEIRA COM ESMAGAMENTO DA SUPERFÍCIE DA VIGA (A) E DETALHE DO POSICIONAMENTO DE UMA CHAPA ABAIXO DO CUTELO PARA OS ENSAIOS DA SÉRIE 2.	52
FIGURA 39 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA DE MLC Vec 1 COM E SEM REFORÇO DE DUAS CAMADAS DE VECTRAN HT DE GRAMATURA TOTAL 816G/M².	56
FIGURA 39 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA DE MLC Vec 2 COM E SEM REFORÇO DE QUATRO CAMADAS DE VECTRAN HT DE GRAMATURA TOTAL 1632G/M².	56
FIGURA 38 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA DE MLC Vec 3 COM E SEM REFORÇO DE SEIS CAMADAS DE VECTRAN HT DE GRAMATURA TOTAL 2448G/M².	57
FIGURA 37 – CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA DE MLC Vec4 COM E SEM REFORÇO DE OITO CAMADAS DE VECTRAN HT DE GRAMATURA TOTAL 3264G/M².	57
FIGURA 42 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA Vec 5 DE MLC COM E SEM REFORÇO DE DUAS CAMADAS DE VECTRAN HT DE GRAMATURA TOTAL 1622G/M².	58
FIGURA 41 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA Vec 6 DE MLC COM E SEM REFORÇO DE TRÊS CAMADAS DE VECTRAN HT DE GRAMATURA TOTAL 2433G/M².	58
FIGURA 43 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA CUR 1 DE MLC COM E SEM REFORÇO DE MANTA DE CURAUÁ COM GRAMATURA TOTAL 505.G/M².....	59
FIGURA 44 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA CUR 2 DE MLC COM E SEM REFORÇO DE FIBRAS DE CURAUÁ COM GRAMATURA TOTAL 505.G/M².....	59
FIGURA 45 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA DE MLC CUR 3 COM E SEM REFORÇO DE CORDÕES DE CURAUÁ COM GRAMATURA TOTAL 1011 G/M².....	60
FIGURA 46 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA Sis 1 DE MLC COM E SEM REFORÇO DE MANTA DE SISAL COM GRAMATURA TOTAL 2786 G/M².....	60
FIGURA 47 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, 2800MM ENTRE APOIOS, EM ENSAIO DE FLEXÃO DE VIGA Sis 2 DE MLC COM E SEM REFORÇO DE MANTA DE SISAL COM GRAMATURA TOTAL 2786 G/M².....	61
FIGURA 48 – DETALHE DA SUPERFÍCIE IRREGULAR GERADA APÓS A APLICAÇÃO DE RESINA E FIBRAS DE CURAUÁ.	63

FIGURA 49 - DETALHE DA SUPERFÍCIE IRREGULAR GERADA APÓS A APLICAÇÃO DE RESINA E FIBRAS DE SISAL.....	63
FIGURA 50 – CORRELAÇÃO ENTRE TAXA DE REFORÇO APLICADO COM O GANHO DE RIGIDEZ ADQUIRIDO PELAS VIGAS.....	63
FIGURA 51 – RUPTURAS POR COMPRESSÃO OBSERVADA NOS ENSAIOS DE FLEXÃO DE VIGAS DE MLC REFORÇADAS COM CURAUÁ (A), DUAS CAMADAS DE VECTRAN (B), QUATRO CAMADAS DE VECTRAN(C) E OITO CAMADAS DE VECTRAN (D).	64
FIGURA 52 – CURVAS DE CORRELAÇÃO DO CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO ESTIMADA E OBTIDA EM LABORATÓRIO DA VIGA COM REFORÇO DE FIBRAS DE CURAUÁ COM GRAMATURA DE 505G/M ²	66
FIGURA 53 - CURVAS DE CORRELAÇÃO DO CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO ESTIMADA E OBTIDA EM LABORATÓRIO DA VIGA COM REFORÇO DE FIBRAS DE CURAUÁ COM GRAMATURA DE 1010G/M ²	66
FIGURA 54 - CURVAS DE CORRELAÇÃO DO CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO ESTIMADA E OBTIDA EM LABORATÓRIO DA VIGA COM REFORÇO DE FIBRAS DE SISAL COM GRAMATURA DE 2786G/M ²	67
FIGURA 55 - CURVAS DE CORRELAÇÃO DO CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO ESTIMADA E OBTIDA EM LABORATÓRIO DA VIGA COM REFORÇO DE FIBRAS DE VECTRAN COM GRAMATURA DE 1632G/M ²	67
FIGURA 56 - CURVAS DE CORRELAÇÃO DO CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO ESTIMADA E OBTIDA EM LABORATÓRIO DA VIGA COM REFORÇO DE FIBRAS DE VECTRAN COM GRAMATURA DE 2448G/M ²	68
FIGURA 57 - CURVAS DE CORRELAÇÃO DO CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO ESTIMADA E OBTIDA EM LABORATÓRIO DA VIGA COM REFORÇO DE FIBRAS DE VECTRAN COM GRAMATURA DE 3264G/M ²	68
FIGURA 58 - CURVAS DE CORRELAÇÃO DO CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO ESTIMADA E OBTIDA EM LABORATÓRIO DA VIGA COM REFORÇO DE FIBRAS DE VECTRAN COM GRAMATURA DE 1622G/M ²	69
FIGURA 59 - CURVAS DE CORRELAÇÃO DO CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO ESTIMADA E OBTIDA EM LABORATÓRIO DA VIGA COM REFORÇO DE FIBRAS DE VECTRAN COM GRAMATURA DE 2433G/M ²	69
FIGURA 60 – CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 3264G/M ² DE FIBRAS VECTRAN.	71
FIGURA 61 – CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 2448G/M ² DE FIBRAS VECTRAN.	71
FIGURA 62 – CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 1632 G/M ² DE FIBRAS VECTRAN.	72
FIGURA 63 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 1622 G/M ² DE FIBRAS VECTRAN.	72
FIGURA 64 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 2433 G/M ² DE FIBRAS VECTRAN.	73
FIGURA 65 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA SIS 1 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 2786 G/M ² DE FIBRAS DE SISAL.	74
FIGURA 66 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA SIS 2 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 2786 G/M ² DE FIBRAS SISAL.	74

FIGURA 67 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA CUR 1 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 505 G/M ² DE FIBRAS SOLTA DE CURAUÁ.	75
FIGURA 68 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA CUR 2 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 505 G/M ² DE MANTA DE CURAUÁ.	76
FIGURA 69 - CURVAS DE CORRELAÇÃO ENTRE CARREGAMENTO E DESLOCAMENTO VERTICAL NO MEIO DO VÃO, GERADA A PARTIR DOS DADOS OBTIDOS EM LABORATÓRIO E ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA PARA A VIGA CUR 3 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM GRAMATURA DE 1010 G/M ² EM CORDÕES DE CURAUÁ.	76
FIGURA 70 – VIGA S2V5 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 3264G/M ² DE FIBRAS VECTRAN. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES ÚLTIMA.	78
FIGURA 71 - VIGA S2V1 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 2448G/M ² DE FIBRAS VECTRAN. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES ÚLTIMA.	79
FIGURA 72 - VIGA S2V2 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 1632G/M ² DE FIBRAS VECTRAN. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES DO ULTIMA.	80
FIGURA 73 – VIGA 3 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 1622G/M ² DE FIBRAS VECTRAN. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES.	81
FIGURA 74 - VIGA 7 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 2433G/M ² DE FIBRAS VECTRAN. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES.	82
FIGURA 75 - VIGA 2 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 2786G/M ² DE FIBRAS SISAL AMOSTRA 1. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES.	83
FIGURA 76 - VIGA 5 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 2786G/M ² DE FIBRAS SISAL AMOSTRA 2. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES.	84
FIGURA 77 - VIGA 4 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 505G/M ² DE FIBRAS CURAUÁ. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES.	85
FIGURA 78 - VIGA 6 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 505G/M ² DE MANTA DE CURAUÁ. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES.	86
FIGURA 79 - VIGA S2V4 DE MADEIRA LAMINADA COLADA REFORÇADA COM 1010G/M ² DE CURAUÁ EM CORDÕES. (A) DEFORMAÇÕES AO LONGO DA SEÇÃO TRANSVERSAL. (B) DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NA SEÇÃO CALCULADAS A PARTIR DA LEI DE HOOKE E DEFORMAÇÕES.	87

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – LEVANTAMENTO ESTATÍSTICO DE PONTES EXISTENTE NOS ESTADOS UNIDOS EM DEZEMBRO DE 2014.	24
TABELA 2 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS VERSÕES DA FIBRA DE LCP VECTRAN.	28
TABELA 3 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS COMUMMENTE UTILIZADOS COMO REFORÇO.	29
TABELA 4 – RESUMO DE VALORES DE PROPRIEDADES MECÂNICAS ENCONTRADAS NA LITERATURA POR SILVA E AQUINO (2008).	32
TABELA 5 – DESCRIÇÃO DAS DIMENSÕES DA SEÇÃO TRANSVERSAL DAS VIGAS E DO REFORÇO APLICADO UTILIZADOS NOS ENSAIO DE FLEXÃO EM VIGAS COM 2800MM DE VÃO ENTRE APOIOS.	50
TABELA 6 – DESCRIÇÃO DAS GRAMATURAS DE REFORÇO APLICADO NAS VIGAS DE MADEIRA LAMINADA COLADA.	51
TABELA 7 – VALORES DE RESISTÊNCIA E MÓDULO DE ELASTICIDADE OBTIDOS EM ENSAIO DE TRAÇÃO EM FIBRAS VECTRAN SEGUNDO NORMA ASTM D2256.	54
TABELA 8 – DADOS DE RIGIDEZ E RUPTURA ATINGIDOS DURANTE OS ENSAIOS DE FLEXÃO DE VIGAS DE MADEIRA LAMINADA COLADA COM REFORÇO DE FIBRA APLICADO.	55
TABELA 9 – DADOS DE GRAMATURA APLICADA DE REFORÇO, NÚMERO DE CAMADAS DE REFORÇO UTILIZADO E O GANHO DE RIGIDEZ ADQUIRIDO.	62
TABELA 10 – DADOS AVALIADOS DAS CARGAS DE RUPTURA ATINGIDAS PELAS VIGAS REFORÇADAS E REFERÊNCIA	64
TABELA 11 – VALORES DE REFERÊNCIA OBTIDOS DA LITERATURA PARA ESTIMATIVA DOS DESLOCAMENTOS DAS VIGAS REFORÇADAS.	65
TABELA 12 – COMPARAÇÃO DOS DADOS DE RIGIDEZ OBTIDOS EM LABORATÓRIO E OS VALORES ESTIMADOS ATRAVÉS DO MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA COM OS DADOS TEÓRICOS.	70
TABELA 13 – DADOS OBTIDOS NOS ENSAIOS DE LABORATÓRIO UTILIZADOS PARA O CÁLCULO DA ELASTICIDADE FINAL DO COMPÓSITO DE RESINA E FIBRA.	70
TABELA 14 – DADOS DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS VIGAS DE MADEIRA LAMINADA COLADA CALCULADO COM OS ENSAIOS DE FLEXÃO SEM REFORÇO E DADOS DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO COMPÓSITO DE RESINA E FIBRA CALCULADO COM OS DADOS DO ENSAIO DE FLEXÃO COM REFORÇO E O MÉTODO DA SEÇÃO TRANSFORMADA.	77

SUMÁRIO

1.	Introdução	15
1.1.	Objetivos.....	16
1.1.1.	Objetivos específicos	16
2.	Revisão Bibliográfica	17
2.1.	Uso da madeira e seus derivados na construção	17
2.2.	Materiais compósitos	20
2.2.1.	Componente Matricial	24
2.2.2.	Componente de reforço.....	25
2.2.2.1.	Fibras de Vectran	26
2.2.2.2.	Fibras Vegetais	30
2.2.2.2.1.	Fibras de Curauá.....	30
2.2.2.2.2.	Fibras de Sisal	32
2.3.	Análise teórica por meio do método da seção transformada	34
3.	Materiais e métodos.....	37
3.1.	Montagem das vigas	38
3.2.	Caracterização das fibras.....	38
3.3.	Ensaio de Flexão	41
3.4.	Preparação das fibras para reforço estrutural	45
3.5.	Preparação das vigas reforçadas com fibras.....	47
3.6.	Ensaio de flexão de vigas MLC reforçada com fibra	50
3.7.	Análise teórica	52
4.	Resultados e discussões	54
4.1.	Caracterização das fibras Vectran	54
4.2.	Comportamento de vigas reforçadas solicitadas por flexão	55
4.3.	Método da seção transformada para estimativa de deslocamento	65
4.4.	Análise das tensões através do método da seção transformada.....	70
5.	Conclusões	90
5.1.	Sugestões de trabalhos futuros	91
6.	Referências.....	92
	Apendice A.....	96
	Apendice B.....	100

1.Introdução

A madeira é um dos materiais construtivos mais antigos utilizados pela humanidade. Suas elevadas propriedades mecânicas lhe conferem uma alta aplicabilidade para diferentes situações construtivas. Proveniente de fontes renováveis, como árvores de reflorestamento, e por seu uso contribuir com a redução das concentrações de gases causadores do efeito estufa, torna a madeira um dos materiais requeridos para construções ecológicas e sustentáveis atualmente.

Apesar das vantagens de seu emprego, a madeira serrada está sujeita a defeitos naturais, como os nós e alteração nas direções das fibras, que reduzem os valores de suas propriedades mecânicas. A madeira serrada também apresenta limitações nas dimensões comerciais, o que também leva a limitações de uso. De forma a solucionar esses problemas estudos foram desenvolvidos sistemas estruturais, como as vigas laminadas coladas, que solucionariam esses problemas levando a um melhor aproveitamento do material. O sistema construtivo utilizando vigas laminadas coladas, proveniente de madeira de reflorestamento, já está difundido em outros países e no Brasil tem conquistado muito espaço devido as suas vantagens climáticas, que aumenta a produção da matéria prima. Além disso, há vantagens relativas às formas geométricas que esse sistema proporciona, superando as solicitações mecânicas e a geometria das seções que as peças serradas não conseguiriam. Mesmo com o desenvolvimento desses novos sistemas estruturais, que superaram os defeitos e limitações inerentes à madeira serrada, ao longo da vida útil das estruturas em madeira podem aparecer patologias geradas devido a fatores externos, como ataque por fungos e insetos ou incremento de cargas de carga devido à alteração do uso da estrutura. Faz-se então, necessário realizar uma intervenção na estrutura, num todo ou em determinados elementos estruturais. Dentre as intervenções possíveis para a reabilitação de uma estrutura, existe o estrutural utilizando-se compósitos de fibras. Esse reforço tem sido empregado usualmente com fibras de vidro e carbono.

Observa-se que a aplicação de compósitos reforçados com fibras apresentam as vantagens de melhorar as propriedades de resistência e rigidez dos elementos sem alterar de forma substancial o peso próprio do elemento. Dessa forma, a busca por materiais que formem novos compósitos fibrosos eficientes para serem utilizados como reforço estrutural, torna-se um ramo de pesquisa de suma importância na construção civil.

1.1. Objetivos

Essa pesquisa visa avaliar a aplicabilidade e desempenho mecânico das fibras naturais, de Curauá e Sisal, bem como fibras sintéticas de Vectran, como reforço estrutural para vigas de madeira laminada colada (MLC), comparando os resultados analíticos e experimentais com os resultados disponíveis em bibliografias, sobre reforço com fibras utilizadas no mercado para reforço estrutural.

1.1.1. Objetivos específicos

- Avaliar, em ensaio mecânicos destrutivos, as propriedades de resistência e rigidez das fibras;
- Classificar mecanicamente vigas de madeira laminada colada com e sem reforço de fibras;
- Comparar resultados obtidos e verificar numericamente a aplicabilidade destas fibras;

2.Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será apresentada a revisão bibliográfica sobre o uso e técnicas de construção em madeira bem como as tecnologias de reforço com compósitos voltando sua aplicação para o reforço para esses tipos de construção. Também será apresentada uma revisão sobre a utilização de métodos teóricos para o cálculo dessas estruturas.

2.1. Uso da madeira e seus derivados na construção

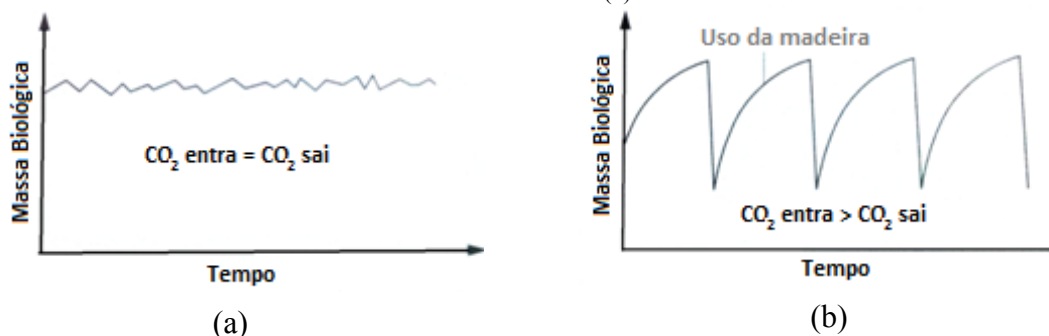
Segundo Wegener e Zimmer (2004) a conferencia mundial de 1992, realizada no Rio de Janeiro, sobre o tema de meio ambiente, fez com que as nações do mundo se comprometessem a desenvolver um programa de sustentabilidade que levasse as pessoas e as empresas a terem ações sustentáveis. Isso fez que os princípios do manejo sustentável fossem incorporados no setor madeireiro, visto que as árvores têm 50% de sua massa composta por carbono obtido pela absorção do dióxido de carbono, gás responsável pelo efeito estufa, através do processo de fotossíntese.

De acordo com a definição apresentada no inciso IX do art. 2º da resolução de nº406 do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA):

Manejo Florestal Sustentável: administração da floresta para a obtenção de benefícios econômicos, sociais e ambientais, respeitando-se os mecanismos de sustentação do ecossistema objeto do manejo e considerando-se, cumulativa ou alternativamente, a utilização de múltiplas espécies (CONAMA, 2009).

Wegener e Zimmer (2004) afirmam que o uso da madeira e de seus derivados ajudam a reduzir os gases do efeito estufa devido, se utilizado o correto manejo sustentável das florestas, pois aumenta a captação do dióxido de carbono, pois em uma floresta já constituída, a quantidade absorvida e liberada desse gás está em equilíbrio (Figura 1a), o que ocorre de forma diferente em uma floresta em desenvolvimento, em que a quantidade do gás absorvida é maior (Figura 1b).

Figura 1 - Consumo de dióxido de carbono em situação de biomassa desenvolvida (a) e biomassa em desenvolvimento (b).



Fonte: Wegener & Zimmer (2004)

Calil Junior et al. (2007) também expõem como vantagem sustentável o uso da madeira como elemento construtivo, pois os processos de cultivo, extração e desdobro, requerem baixo consumo energético e provocam um dano ambiental baixo. Situação diferente do que ocorre com outros materiais de construção, como concreto e aço, que requerem uma grande quantidade de energia para a extração da matéria prima e produção, acarretando significativo impacto ambiental.

Volz (2004) estima que das 30.000 espécies conhecidas de madeira no mundo, apenas cerca de 1500 a 3000 espécies são utilizadas na engenharia.

No Brasil, segundo a ABRAF (2013), o consumo de madeira serrada vem aumentando anualmente com taxa de 1,1% a.a. Em 2012, foi registrado um consumo interno de 8,3 milhões de m³ de madeira serrada.

A madeira usada como material de construção, segundo Schweitzer (2004), pode resistir a todos os tipos de solicitações de modo adequado e, segundo Ritter (1990), com as devidas manutenções, a madeira é um dos materiais mais duráveis dentre os utilizados na construção.

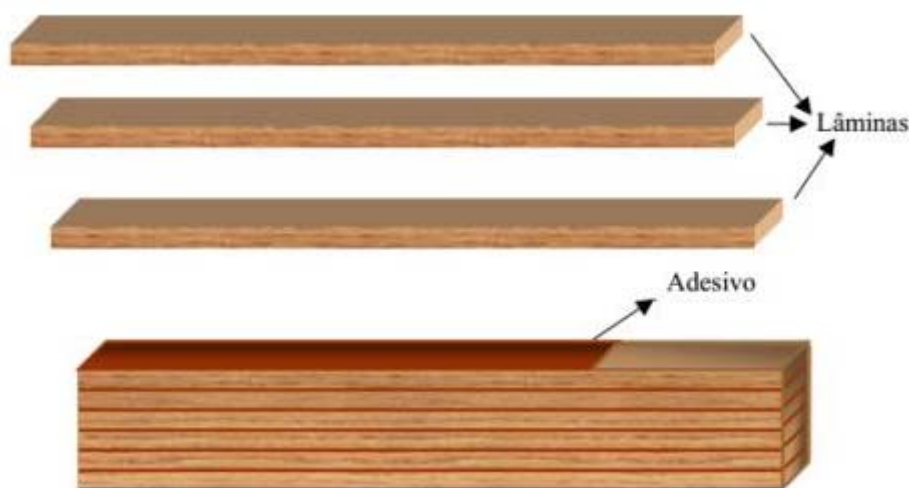
Segundo Ritter (1990), o maior obstáculo que traz uma hesitação dos projetistas em usar o material está relacionado à falta de conhecimento do comportamento mecânico do material e da adequação do projeto a prática construtiva. Para Calil Junior et al. (2007) as informações tecnológicas da madeira, como material de construção, bem como seu comportamento frente a diversas condições de serviço, são pouco divulgadas apesar dos amplos estudos realizados na área.

Apesar das vantagens presentes na utilização da madeira, Bodig e Jayne (1993) explicam que em sua forma natural, a madeira pode apresentar defeitos que afeta resistência do elemento, como por exemplo, a presença de nós. Comentam que esses problemas podem

ser contornados aplicando sistemas com peças serradas coladas, permitindo selecionar as melhores partes de uma peça serrada, minimizando assim os defeitos e compondo um novo elemento estrutural por meio da união das peças por adesivos. Calil Junior et al. (2007) afirmam que elementos estruturais de madeira reconstituídas, por terem propriedades mecânicas isotrópicas, garantem um bom desempenho estrutural, diversificando assim, o emprego da madeira e seus derivados nas construções.

A madeira laminada colada (MLC), Figura 2, é constituída por peças orientadas, no sentido longitudinal do elemento, coladas de topo e de face podendo ser de forma reta ou curva (FIORELLI e DIAS, 2005).

Figura 2 – Exemplo de formação da madeira laminada colada (MLC)



Fonte: Campus (2014)

Para Ritter (1990) a madeira laminada colada vem sendo utilizada de maneira satisfatória na Europa desde 1900 e tem tido grande utilização em pontes (Figura 3). Já nos Estados Unidos o sistema de MLC vem sendo utilizado em edifícios desde 1935 e em construções de pontes, de 6 a 25 metros. Essa técnica se consolidou e se tornou comum a partir de 1940.

Figura 3 - Ponte em Michigan, Estados Unidos, utilizando sistema de madeira laminada colada em arco.



Fonte: AITC (2007)

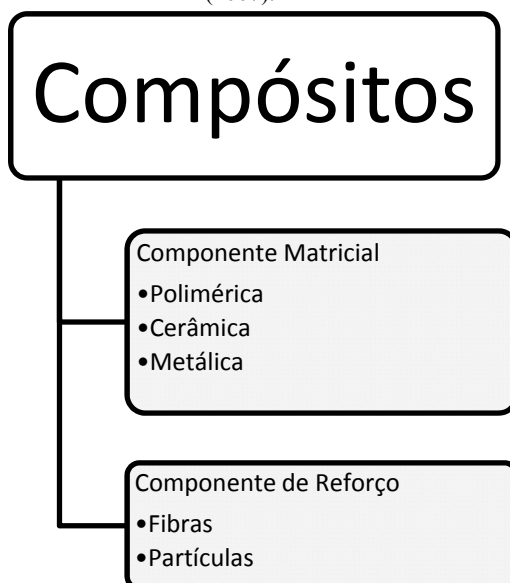
Com o objetivo de aumentar os valores das propriedades mecânicas de resistência e de elasticidade de vigas de MLC, estudos passaram a despendar mais atenção para a associação da madeira a outros materiais criando-se assim um sistema compósito. Dentre os novos materiais que estão sendo estudados, destacam-se os polímeros reforçados com fibras (PRF), que proporcionam incremento nas propriedades mecânicas das vigas de MLC (FIORELLI e DIAS, 2005).

2.2. Materiais compósitos

Segundo a definição apresentada por vários autores, como Agarwal e Broutman (1990), Mendonça (2005), Gibson (2011), entre outros, um material compósito é um conjunto de dois ou mais materiais combinados em escala macroscópica, tendo uma distinta interface entre eles, para funcionarem como uma unidade, visando obter um conjunto de propriedades mecânicas que nenhum dos componentes apresentavam trabalhando de forma individual.

Mesmo com uma diversificada possibilidade de combinações entre diferentes materiais disponíveis para a formação de um compósito, Silva Filho e Garcez (2007) afirmam que esses materiais são basicamente formados por dois componentes, o componente matricial e o componente de reforço (Figura 4).

Figura 4 - Subdivisão dos componentes presentes em um compósito apresentada por Silva Filho e Garcez (2007).



Fonte: Silva Filho e Garcez (2007, pg. 1426).

Segundo Cunha e Souza (2004), os polímeros reforçados com fibras (PRF) pode ser aplicado na concepção de uma estrutura ou em uma intervenção de recuperação. Essa afirmação é reforçada por Phares (2010) que explica que a utilização dos PRF em estruturas ocorreu como uma forma de reabilitar o sistema para novas solicitações impostas com o decorrer do tempo. O reforço de PRF ocorreu de maneira eficiente para pontes de madeira, concreto e aço no passado e recentemente novas pontes já estão sendo construídas utilizando esse método (Figura 5 e Figura 6).

Figura 5 – Ponte em MLC e PRF com 19,5m de comprimento construída em Dalawere, IA - US, com condições de utilização monitoradas através de sensores.



Fonte: Phares (2010).

Figura 6 – Reforço de fibra de carbono aplicado em Laje (a) e em pilar (b) e (c).



(a)

(b)

(c)

Fonte: Machado (2014).

Devido ao bom comportamento mecânico que esses novos materiais tem apresentado, sua aplicação na construção civil tem aumentado rapidamente (AGOPYAN e SAVASTANO, 2007).

Para Gibson (2011) o reforço com fibra é muito efetivo, pois muitos materiais apresentam, na forma de fibras, uma resistência e rigidez maior do que em sua forma de volume. Segundo o mesmo autor, esse fenômeno foi demonstrado por Griffith, em 1920, ao estudar a resistência à tração de tubos de vidro de vários diâmetros e concluir que a tensão resistente aumentava quando se diminuía o diâmetro. Gibson (2011) ainda afirma que o mesmo fenômeno estudado por Griffith foi verificado para uma grande variedade de materiais.

Segundo Miotto e Dias (2006) a reabilitação de estruturas de madeira pode ser feita substituindo-se as peças comprometidas ou com a solidarizarão de elementos que complementem a capacidade mecânica do elemento reforçado. A técnica de reforço realizada por meio da adição de fibras, naturais ou sintéticas, é uma alternativa que vem sendo pesquisada recentemente, por Mascia, Furlani e Vanali (2010), devido a sua rápida aplicação sem ganho substancial de peso próprio, como apontado por Bertoline et al. (2016), e pelo baixo custo em relação à substituição das peças, que nem sempre se tem material disponível.

Segundo Balseiro (2007) em vigas de madeira o reforço ocorre na maioria das vezes na face tracionada com o objetivo de mudar a forma de ruptura frágil, para uma ruptura dúctil. As vigas de MLC reforçadas com PRF podem ser aplicadas em diversos tipos de construções, sejam residenciais, comerciais ou industriais, sendo muito indicadas para estruturas na qual o peso próprio é um fator predominante nos carregamentos, como em pontes (MARTIN, STITH e TINGLEY 2000 apud BALSEIRO, 2007).

O reforço com fibra torna-se interessante quando se busca praticidade no reforço de estruturas. Segundo a Federal Highway Administration (FHWA), os Estados Unidos têm em seu território 10416 pontes em madeira que apresentam defeitos estruturais ou que são consideradas obsoletas por não atenderem mais com as condições de uso (Tabela 1), necessitando de intervenção para sua recuperação.

Tabela 1 – Levantamento estatístico de pontes existente nos Estados Unidos em dezembro de 2014.

Material	Geral	Defeito estrutural	Funcionalmente obsoleta
Concreto	178.079	12.075	19.377
Concreto contínuo	76.097	4.160	7.993
Aço	130.229	27.876	25.375
Aço contínuo	50.311	3.856	10.395
Concreto protendido	126.169	4.903	15.131
Concreto protendido contínuo	24.896	390	2.614
Madeira	21.406	7.489	2.927
Alvenaria	1.667	412	490
Alumínio	1.599	170	159
Outras	276	34	49
Total	610.729	61.365	84.510

Fonte: Federal Highway Administration (FHWA, 2014)

2.2.1. Componente Matricial

De acordo com Silva Filho e Garcez (2007), o componente matricial de um compósito é caracterizado por ser contínuo e por envolver o componente de reforço. As principais funções que o componente matricial exerce são as de transmitir as tensões entre o material de reforço, proteção mecânica, contra danos físicos e da agressividade do meio, e pô fim gerar aderência entre as fibras e o substrato (LEVY NETO e PARDINI, 2006; SILVA FILHO e GARCEZ, 2007; GIBSON, 2011).

As principais matrizes utilizadas em compósitos, segundo Levy Neto e Pardini (2006), podem ser classificadas como matriz polimérica, podendo essa ser dividida em termofixos e termoplásticos, matriz cerâmica, matriz de carbono e matriz metálica.

Na engenharia civil, as matrizes mais utilizadas são as matrizes cerâmicas que, dentre as existentes nesse grupo, destacam-se as matrizes cimentícias frequentemente

utilizadas para a produção de argamassas e concreto. Apesar das matrizes cerâmicas serem as mais utilizadas na engenharia civil, o emprego de matrizes poliméricas vem crescendo, e uma das aplicações é em reforço de fibras (SILVA FILHO e GARCEZ, 2007).

A eficiência de uma matriz, que leva em consideração a capacidade de unir fibras e o substrato de um elemento, está relacionada ao fator de adesividade que, segundo Jesus (2000), é definida como sendo a força capaz de promover a separação entre o adesivo e o aderente, na região da interface.

Segundo a classificação apresentada por Davis (1997), existem quatro grupos de adesivos estruturais que se mostraram eficientes: resinas epóxi, poliuretanos monocomponentes e bicomponentes, resinas acrílicas e emulsão polimérica de isocianetos.

Dentre os adesivos estruturais, os mais utilizados, segundo Davis (1997) e Miotto (2006) é o adesivo epóxi. Davis (1997) explica que isso ocorre porque esse tipo de adesivo apresenta uma grande capacidade de preencher fissuras, o que melhora o fator de adesividade da matriz. Segundo estudos comparativos do desempenho de adesivos epóxis frente a outros adesivos estruturais, como adesivo Resorcinol, resinados de poliéster e outros, o adesivo epóxi apresentou um melhor desempenho em relação ao fator adesividade às fibras e substrato. O adesivo também apresentou uma menor contração no processo de cura (MENDONÇA, 2005).

2.2.2. Componente de reforço

Segundo Cupertino (2009) o reforço confere resistência e rigidez ao compósito, podendo este ser formado por partículas ou fibras.

Para Levy Neto e Pardine (2006) o compósito reforçado com fibras contínuas unidirecionais tende a ser mais resistente à tração em comparação com compósitos de manta, fibras picada ou partículas.

Para Mascia, Furlani e Vanali (2010) o uso de ambas as fibras, naturais e sintéticas, em especial as fibras de sisal, em vigas laminada coladas e em madeira de reflorestamento está de acordo com os interesses econômicos e com a atual ordem ecológica mundial. Apesar das fibras conferirem uma maior resistência aos compósitos, o reforço de fibras em vigas de madeira, segundo Fiorelli (2005) e em particular para as fibras de vidro, não deve apresentar espessura superior a 3,3% da altura da viga, pois a partir disso não há um ganho significativo de resistência da peça estrutural.

2.2.2.1.Fibras de Vectran

O material cristal líquido foi descobertos em 1888 por Friedrich Reinitzer, quando esse reparou que o benzoato de colesterila passava por dois pontos de fusão distintos, mas o termo “cristal líquido” só foi atribuído ao grupo de materiais com o esse comportamento em 1889 por Otto Lehmann (BECHTOLD, 2005), quando esse grupo de materiais passou a ser estudado por físicos e químicos em busca de melhor compreender o comportamento desses materiais com o objetivo de encontrar aplicações para os mesmos.

Em 1920, foi estabelecida a física dos cristais líquidos, porém a complexidade desse material fez com que seu estudo ficasse abandonado até o ano de 1958 quando F.C. Frank, em seu discurso de abertura na Discussion of the Faraday Society, reinterou o assunto no meio de pesquisa e a partir de então inúmeras pesquisas sobre esse grupo de materiais surgiram, gerando novas tecnologias e aplicações (CHANDRASEKHAR, 1992).

O termo cristal líquido se refere a um grupo de materiais que apresentam um estado de agregação molecular intermediário aos estados sólido e líquido (CHANDRASEKHAR, 1992). Esse estado faz com que estes materiais apresentem uma elevada variação em suas propriedades físicas, químicas e mecânicas (CHANDRASEKHAR, 1992; KURARAY AMERICA, 2010). Segundo Chandrasekhar (1992) esse comportamento ocorre pois eles apresentam uma estrutura formada por bastões ou discos chatos.

A busca por novas tecnologias com esse grupo de matérias levou a empresa Kuraray a desenvolverem fibras que atingissem uma alta resistência mecânica sendo 5 vezes mais resistente que o aço e 10 vezes mais resistente que o alumínio (KURARAY AMERICA, 2010).

Segundo Kuraray America (2010), as fibras Vetran (Figura 7 e Figura 8) são termoplásticas compostas por multifilamentos, sendo produzidas a partir de polímero de cristal líquido (LCP).

Figura 7 – Rolos com fios e produtos de Vectran.



Fonte: Kuraray America (2012)

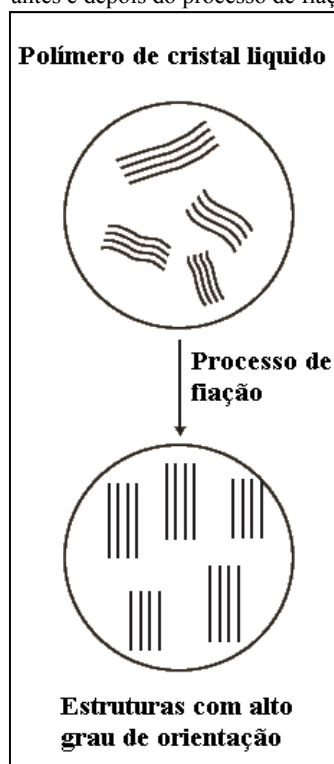
Figura 8 – Vectran na forma tecida em faixas de 8cm de largura.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Segundo as informações da Kuraray America (2010), a estrutura dos fios é composta por agrupamento de bastões que, durante a produção, o LCP passa por extrusão por pequenos capilares que organiza suas estruturas de bastões de forma paralela ao eixo axial da fibra com um alto grau de orientação (Figura 9), o que propicia seus elevados valores de propriedades mecânicas (Tabela 2).

Figura 9 – Estrutura molecular do cristal líquido antes e depois do processo de fiação.



Fonte: Kuraray America (2010).

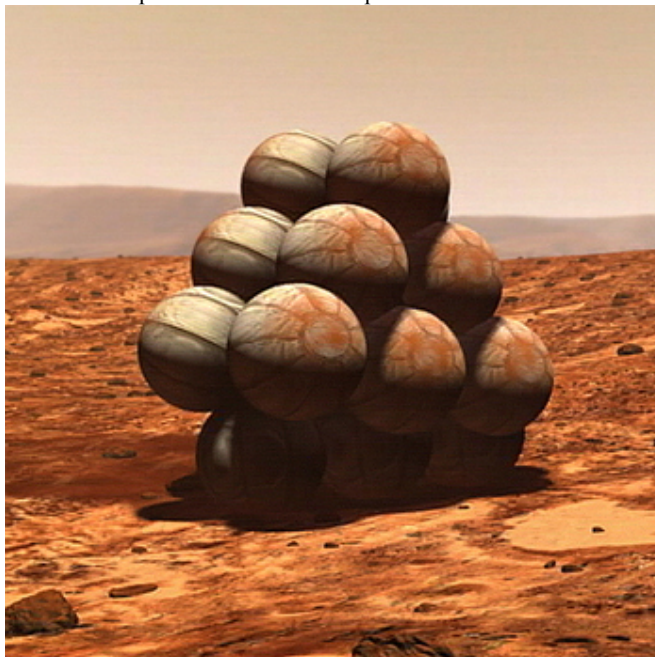
Tabela 2 - Propriedades mecânicas das versões da fibra de LCP Vectran.

Modelo	Densidade g/cm ³	Ruptura a tração MPa	Módulo de Elasticidade MPa
Vectran NT	1,4	1100	52000
Vectran HT	1,4	3200	75000
Vectran UM	1,4	3000	103000

Fonte: Kuraray America (2010).

Segundo Kuraray America (2010), devido ao seu alto desempenho, as fibras Vectran inicialmente foram desenvolvidas para aplicações militares, sendo posteriormente utilizadas na forma de tecido pela National Aeronautics and Space Administration (NASA) para a produção dos airbags equipados na sonda Spirit, empregada na missão de exploração da superfície de Marte por veículos, iniciada em 2003 (Figura 10).

Figura 10 - Airbags composto de Vectran utilizados na sonda spirit da missão Mars exploration Rovers.



Fonte: NASA (2003).

As fibras Vectran, devido à suas altas propriedades mecânicas se equipararem às materiais utilizados como reforço (Tabela 3) e por apresentar uma boa relação entre resistência por peso, se mostram como promissor elemento a ser utilizado como reforço.

Tabela 3 – Propriedades mecânicas dos materiais comumente utilizados como reforço.

Tipo de fibra	f_t MPa	E_t GPa	ρ g/cm ³
Vidro	1379-1724	48-62	2,4
Carbono	1650-2610	152-165	1,55
Aramida	1200-2068	50-74	1,25
Aço	1379-1862	186-200	7,9

Fonte: Balseiro (2007).

Onde:

- f_t é a tensão de ruptura a tração do material;
- E_t é o módulo de elasticidade a tração do material;
- ρ é a densidade do material;

2.2.2.2.Fibras Vegetais

Para Marinelli et al. (2008) nos últimos anos, um grande interesse mundial tem surgido pelo desenvolvimento de novas tecnologias que possibilitem a utilização de produtos com menor impacto ambiental. Com isso, tem crescido o número de pesquisas envolvendo materiais compósitos com fibras vegetais já que, segundo Mascia, Furlani e Vanali (2010), o uso de fibras naturais associado com vigas de madeira laminada colada produzidas com madeira de reflorestamento está de acordo com os atuais interesses econômicos e apelos ecológicos.

Marinelli et al. (2008) faz os seguintes apontamentos sobre as fibras vegetais que:

- são materiais renováveis e sua disponibilidade pode ser considerada ilimitada;
- são materiais biodegradáveis, característica crucial para componentes que após esgotar a sua vida útil devem ser descartados;
- são compósitos reforçados com fibras naturais, que também utilizam matrizes biodegradáveis, são considerados os materiais menos agressivos ao meio ambiente e podem ser compostados ao final de sua utilização;
- representam uma nova fonte de renda para a população rural, podendo evitar o enorme fluxo do campo para a cidade, verificado principalmente nas regiões norte e nordeste do país;
- apresentam baixo custo, em relação aos reforços atualmente empregados.

2.2.2.2.1.Fibras de Curauá

Segundo Tomczak (2010) as pesquisas científicas sobre recursos naturais, como as fibras vegetais, apresentam um importante papel nas economias de todos os países do mundo. A correta utilização desses recursos auxilia na área social de países em desenvolvimento e sua produção gera uma redução da poluição ambiental por ser um material renovável.

Dentre as fibras vegetais estudadas no meio técnico científico está a fibra de Curauá, conhecida cientificamente como *Ananás Erectfolius* (SILVA JUNIOR, 2013).

Segundo Silva e Aquino (2008) a planta Curauá, nativa da Amazônia, já era utilizada pelos índios da região para a fabricação de rede desde o período pré-colombiano. No

entanto, as pesquisas científicas sobre as fibras provenientes dessa planta foram pouco estudadas se comparada com outras fibras vegetais.

As fibras de Curauá são obtidas a partir do desfibramento das folhas da planta, sendo que cada planta produz anualmente de 20 a 24 folhas, o equivalente a 2kg de fibras (SILVA JUNIOR, 2013).

Figura 11 - Processo produtivo das fibras de Curauá: (a) Plantio; (b) Colheita das folhas; (c) Desfibramento das folhas; (d) Secagem das fibras.



(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte: Silva Junior (2013)

A planta Curauá apresenta quatro espécies sendo que as de folhas roxas e de folhas verdes são as mais comuns. Porém, o estudo realizado por Silva e Aquino (2008), comparando as propriedades mecânicas das espécies roxa e verde, verifica-se que as propriedades das espécies roxa e verde não apresentam valores com uma variação expressiva entre elas e conclui que elas podem ser utilizadas sem distinção. Importante informação

técnica já que Silva Junior (2013) afirma que somente é possível identificar visualmente as fibras de cada espécie por sua coloração até o processo de lavagem e que após esse processo a identificação de qual espécie a fibra é derivada se torna impossível.

Os trabalhos de Silva Junior (2013), Silva e Aquino (2008), Spinacé et al. (2011) e Monteiro, Aquino e Lopes (2008) demonstram que, apesar de estudos sobre as fibras, não existe um consenso de valores sobre as propriedades mecânicas das fibras vegetais. Os estudos apresentado por Tomczak (2010) demonstra que a velocidade do carregamento utilizado para o teste de tração das fibras bem como a distância das garras alteram os valores obtida a partir dos ensaios de resistência e rigidez da fibra. O mesmo conclui que com o aumento da velocidade do carregamento faz com que as estruturas cristalinas, presentes nas fibras, passem a contribuir com a resistência e que a o aumento da distância das garras aumenta o índice de defeitos presentes nas fibras, o que leva a uma redução de suas propriedades.

Segundo Tomczak (2010) as propriedades mecânicas que são influenciadas pelo tipo de cultura, colheita, processo de desfibramento e de tratamento das fibras, o que é uma desvantagem das fibras naturais em relação às fibras sintéticas. Essa variação das propriedades das fibras naturais pode ser verificada através dos valores encontrados por Silva e Aquino (2008), em sua revisão dos valores encontrados na literatura (Tabela 4).

Tabela 4 – Resumo de valores de propriedades mecânicas encontradas na literatura por Silva e Aquino (2008).

	Diam. μm	f _t MPa	E GPa
Curauá Roxo	49-93	665-1300	20-33
Curauá Branco	60-100	859-1404	20-36
Juta	200	393-773	26,5
Sisal	50-300	511-635	9,4-22
Coco	100-450	131-175	4-13

Fonte: Silva e Aquino (2008)

2.2.2.2. Fibras de Sisal

Segundo Mascia, Furlani e Vanali (2010) a planta *Agave Sisalana* Perrini é uma espécie nativa da península de Yucatan, mundialmente conhecida, tanto a planta como as fibras, como Sisal, pertencente à classe das fibras naturais duras. Atualmente, o Sisal

representa a primeira fibra natural com aflições comerciais, sendo estimado que mais da metade do total de fibras naturais utilizadas são dessas espécies.

Segundo a classificação botânica apresentada em Embrapa (2008), o Sisal pertence à classe monocotiledônea, série Liliflorea, família Agavaceae, subfamília Agavoidea, gênero *Agave*, subgênero *Euagave*. Sua folha é de forma linear lanceolada, destituída de pecíolo (sésil, ligada diretamente ao tronco), rígida, de cor verde escuro e comprimento entre 120 e 160 cm, com 10 a 15 cm de largura na sua parte média (Figura 12).

Figura 12 – Plantação de sisal



Fonte: http://photos.wildmadagascar.org/images/sisal_fields_0076.shtml

Segundo Embrapa (2008) a produção no Brasil concentra-se no nordeste e apresenta que uma planta de *Agave Sisalana* produz entre 200 e 250 folhas durante o ciclo, sendo que cada folha contém de 1000 a 1200 fios de fibra.

O processo produtivo dos fios de sisal se assemelha ao processo produtivo das fibras de Curauá, apresentado anteriormente na seção 2.2.2.2.1 Figura 11.

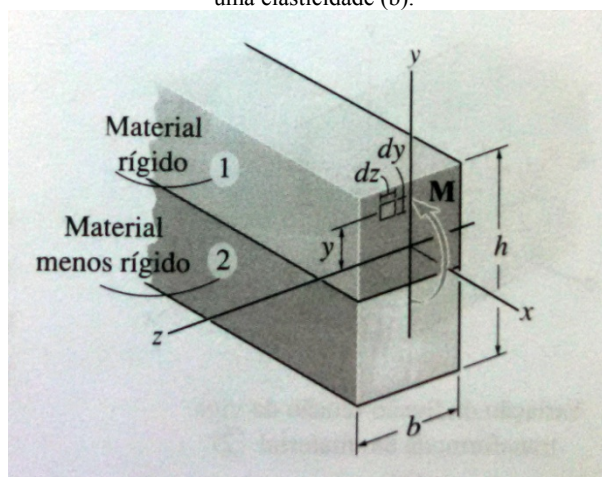
Segundo Mascia, Furlani e Vanali (2010) as propriedades mecânicas médias do sisal ficam em torno de 347 a 378 MPA de resistência à tração e módulo de elasticidade de 15,2 GPa.

2.3. Análise teórica por meio do método da seção transformada

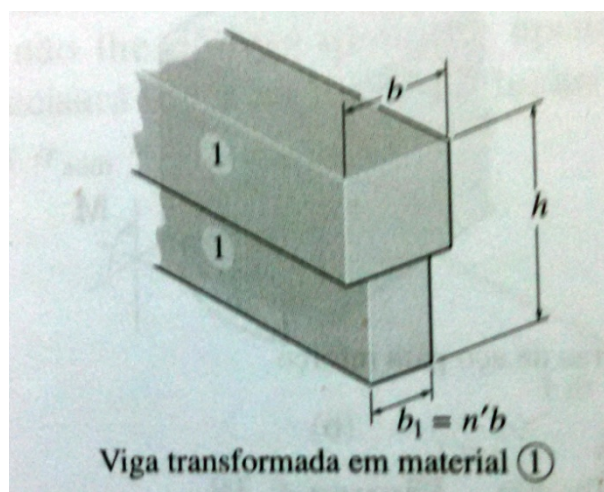
Segundo Hibbeler (2004) a fórmula desenvolvida para o cálculo de tensões na flexão não pode ser aplicada diretamente para os casos de vigas compostas de materiais com propriedades distintas sendo necessário utilizar um método para transformar a seção composta em uma seção homogênea. Esse método é chamado de método da seção transformada.

O método da seção transformada consiste em homogeneizar as diferentes propriedades de elasticidade de um elemento, composto por diferentes materiais com diferentes elasticidades, para um elemento composto por uma única propriedade elástica. Para isso é necessário fazer uso de um adimensional chamado fator de transformação. Segundo Hibbeler (2004) o fator de transformação indica o número de vezes (n) que a largura original da seção, composta pelo material escolhido para ser modificado, deve ser alterada (Figura 13). Deste modo considera-se $n = E_1/E_2$, com E_1 sendo a elasticidade do material 1 e E_2 a elasticidade do material 2.

Figura 13 – Exemplificação de viga formada por material de diferentes elasticidades (a) para uma seção formada por apenas uma elasticidade (b).



(a)



(b)

Fonte: Hibbeler (2004)

Segundo Belperio e Grad (1999) apud Fiorelli (2005) a análise numérica de um elemento MLC com PRF pode ser feito através do método da seção transformada, pois, os valores estimados aproximam-se dos valores obtidos em ensaios laboratoriais, afirmação essa que posteriormente foi confirmada por Fiorelli (2002) e Fiorelli (2005).

A posição da linha neutra na seção da viga reforçada (y_{cg}) pode ser determinada, segundo Fiorelli (2005), fazendo o uso da homogeneização da seção com o método da seção transformada através da equação [1] apresentada a seguir.

$$y_{cg} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\frac{E_i}{E_1} \cdot b \cdot h_i \cdot \left(\frac{h_i}{2} + h_i \cdot (i - 1) \right)}{\frac{E_i}{E_1} \cdot b \cdot h_i} \right] \quad [1]$$

Onde:

E_i = Módulo de elasticidade da peça i ;

E_1 = Módulo de elasticidade da peça adotada como referência;

h_i = Altura da peça i ;

b = Largura da viga.

A rigidez do elemento reforçado, considerando as diferentes propriedades dos materiais que compõem a seção da viga, pode ser calculado fazendo uso do método da seção transformada utilizada por Fiorelli (2005) na forma da equação [2].

$$\overline{E_1 I} = \sum \frac{E_i \cdot b \cdot h_i^3}{12} + E_i \cdot b \cdot h_i \cdot d_i^2 \quad [2]$$

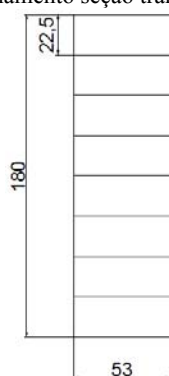
Onde:

d_i = Distância do C.G. da lâmina ao C.G. da viga.

3. Materiais e métodos

Neste capítulo será apresentado o programa experimental realizado para a verificação da rigidez e resistência de vigas de madeira laminada colada (MLC) com reforço de fibras. Foram realizados ensaios de flexão em 13 vigas de madeira laminada colada, em madeira da espécie *Pinus Elliottii*, com 53 mm de largura, 8 laminas de $22 \pm 0,5$ mm de altura e altura final sem reforço de 180 mm (Figura 14). As fibras utilizadas como reforço foram as fibras de Vectran, Sisal e Curauá (Figura 15 e Figura 16).

Figura 14 - Detalhamento seção transversal das vigas de MLC apresentando suas dimensões em mm.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Figura 15 – Fibras utilizadas para reforço das vigas de MLC. (a) manta de Vectran gramatura 800g/m², (b) manta de Vectran gramatura 400 g/m²



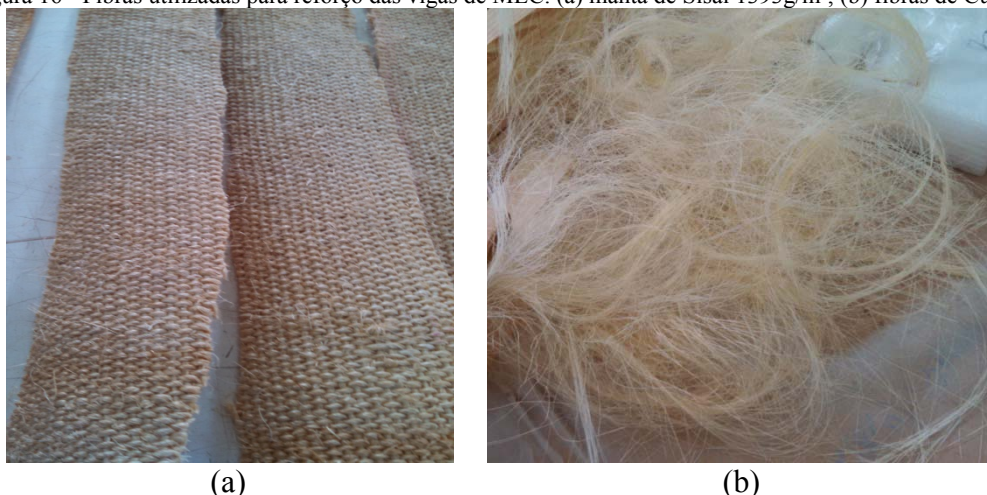
(a)



(b)

Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Figura 16 - Fibras utilizadas para reforço das vigas de MLC. (a) manta de Sisal 1393g/m², (b) fibras de Curauá



(a) (b)
Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

3.1. Montagem das vigas

As vigas de madeira laminada colada foram produzidas por um fornecedor. Segundo ele, para a montagem foram utilizadas peças de *Pinus Elliottii* coladas com adesivo PVA com aditivo. As laminas foram classificadas visualmente e através de ultrassom para a seleção das peças com melhores propriedades mecânicas a serem utilizadas nas extremidades. Ao final da montagem a largura da viga foi padronizada em 53 mm, a altura em 180 mm e não foi utilizado emendas.

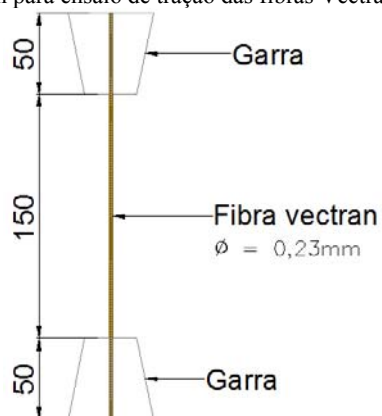
3.2. Caracterização das fibras

A fibra de Vectran HT foi submetida a ensaio de tração para determinar sua resistência e rigidez. Já para as fibras de sisal e Curauá devido às pesquisas realizadas por Mascia, Furlani e Vanalli (2010) e consoantes com os resultados obtidos por Silva e Aquino (2008) e Spinacé et al. (2011) com relação às propriedades mecânicas de resistência e rigidez desse material, não foram realizados testes com estas fibras neste trabalho.

A verificação das propriedades mecânicas de resistência e rigidez das fibras Vectran HT foi realizada através de ensaio de tração em nove corpos de prova de acordo com a norma ASTM D2256 (2002).

As amostras possuíam diâmetro 0,23mm, medido através de um micrômetro, e comprimento de 250mm, sendo 150mm de vão livre entre garras e 50mm do comprimento preso em cada garra (Figura 17).

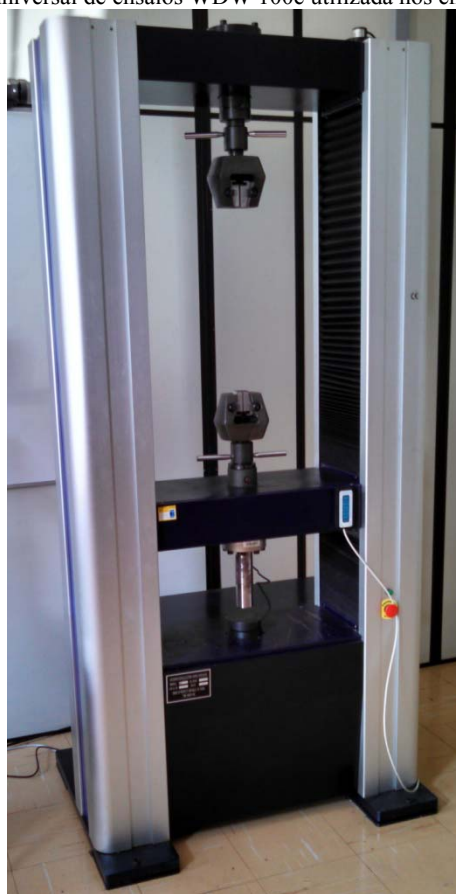
Figura 17 – Esquema de montagem para ensaio de tração das fibras Vectran. Unidade em milímetros.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Para o ensaio foi utilizado a máquina universal de ensaios WDW 100e, produzido pelo fabricante Time Group, e garras rugosas com atuação de 0 mm à 7 mm de espessura de corpo de prova (Figura 18).

Figura 18 – Máquina universal de ensaios WDW 100e utilizada nos ensaios de tração.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Para garantir uma distribuição uniforme de tensão entre os fios da fibra, foi seguido a anotação 8 da norma ASTM D2256 (2002) que recomenda o torcimento das amostras em torno de seu eixo longitudinal. Para calcular o número de giros foi utilizada a equação [3].

$$n_g = \frac{43}{\sqrt{D}} \quad [3]$$

Sendo que “ n_g ” é o número de rotações em torno do eixo longitudinal da fibra e “ D ” é o denier (peso em gramas de 9000m do fio) da fibra que, segundo Kuraray (2010), a fibra Vectran apresenta denier igual a 2,5. Para o ensaios foram aplicados 20 rotações na fibra.

Para impedir que a amostra da fibra torcida voltasse a sua posição sem rotação e para facilitar seu posicionamento na máquina de ensaio, a amostra foi presa por suas extremidades em uma tira de papel utilizando fita adesiva (Figura 19). Antes do início do ensaio a fita de papel foi cortada para que não causasse interferência.

Figura 19 – Corpo de prova feito de fio Vectran HT posicionado em máquina universal de ensaios para testa de tração.



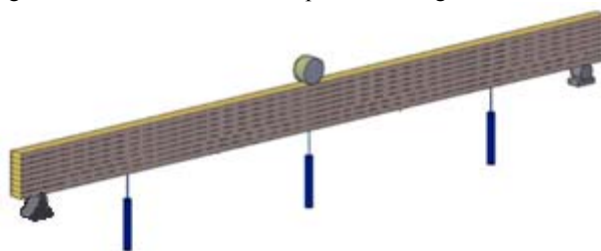
Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

A velocidade do ensaio foi ajustada para 10mm/min de forma que a ruptura das fibras ocorresse dentro do tempo de $20s \pm 3s$ após o início do ensaio. Esse tempo de ensaio é determinado pela norma ASTM D2256 (2002).

3.3. Ensaio de Flexão

Nesta pesquisa foi utilizado o ensaio de flexão três pontos, ou seja, um ponto de aplicação de carga no meio do vão e dois pontos de reação (Figura 20). Este ensaio foi adotado por ser o mesmo método de ensaio utilizado pela norma ABNT NBR:7190 (1997) para a caracterização de madeiras na flexão e por ser uma situação crítica de solicitação em vigas.

Figura 20 – Esquema de montagem do ensaio de flexão a três pontos. Carregamento central entre um apoio fixo e um móvel.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

O ensaio de flexão de três pontos foi realizado com a viga apoiada sobre um apoio fixo e um apoio móvel (Figura 21) com um vão livre de 2800 mm. A carga foi aplicada na viga no meio do vão, através de uma rótula e um conjunto hidráulico. O acompanhamento do carregamento foi realizado por uma célula de carga calibrada e os deslocamentos verticais aferidos por de transdutores de deslocamentos posicionados na lateral das vigas próximo da linha neutra. (Figura 22 e Figura 23).

Figura 21 – sistema de apoio utilizado no ensaio de flexão de vigas de MLC. (a) rolete liso apoiado sobre placa lisa permitindo rotação e translação horizontal. (b) rolete liso sobre placa com limitadores de translação horizontal permitindo rotação.



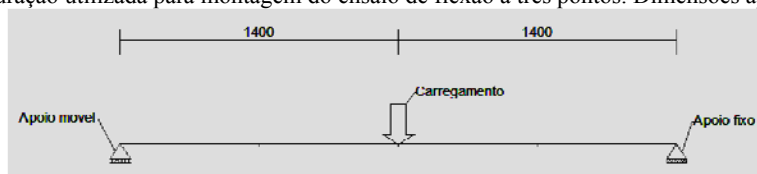
(a)



(b)

Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Figura 22 - Configuração utilizada para montagem do ensaio de flexão a três pontos. Dimensões apresentadas em mm.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Figura 23 – Viga montada no laboratório da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da UNICAMP.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Para estimar a carga de ruptura das vigas, para ser usada como base para os ensaios em elementos com e sem reforço, foram realizados dois ensaios preliminares de flexão, em vigas de MLC sem reforço. Por se tratar de peças de madeira de um mesmo lote, a média dos valores de ruptura atingido nestes ensaios foi tomada como valor de ruptura padrão para se utilizar os patamares de 10% e 50% da carga de ruptura definidos pela norma ABNT NBR:7190 (1997).

O módulo de elasticidade longitudinal das vigas de MLC sem reforço foi obtido com a carga correspondente de 50% do valor máximo. Os valores de carga e deslocamentos foram medidos através de célula de carga e transdutores de deslocamento e armazenados em um computador via sistema de aquisição de dados (Figura 24).

Figura 24 – Viga de madeira laminada colada com reforço aplicado posicionada para ensaio de flexão com monitoramento através de transdutor de deslocamento e célula de carga.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

O módulo de elasticidade na flexão será calculado no regime elástico conforme item B.14.2 da norma brasileira.

$$E_M = \frac{(F_{50\%} - F_{10\%}) \cdot L^3}{(V_{50\%} - V_{10\%}) \cdot 4 \cdot b \cdot h^3} \quad [4]$$

Onde:

F_i = Carga aplicada correspondente ao valor i da carga de ruptura em N;

i = Valores correspondentes a 10% e 50% da carga máxima estimada;

V_i = Deslocamentos verticais medidos no meio do vão dados em mm;

L = Comprimento do vão livre entre os apoios em mm;

b = Largura da seção transversal da viga medida com paquímetro em mm;

h = Altura da seção transversal da viga medido com um paquímetro em mm;

A título de comparação de rigidez entre os tipos de reforços aplicados, foi calculada a rigidez global do elemento reforçado segundo a forma.

$$\overline{EI} = \frac{\Delta F \cdot L^3}{\Delta V \cdot 48} \quad [5]$$

Sendo que:

\overline{EI} é a rigidez global do elemento reforçado;

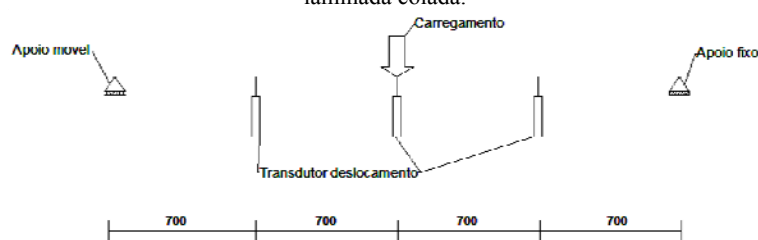
ΔF é a variação da carga em N em um trecho linear do gráfico de carga por deslocamento;

ΔV é a variação do deslocamento vertical em um trecho linear do gráfico de carga por deslocamento;

L é o comprimento do vão livre da viga ensaiada.

Os deslocamentos verticais das vigas foram obtidos por três transdutores de deslocamento, posicionados na lateral das vigas próximo da linha neutra. Um transdutor foi posicionado no meio do vão da viga e os outros dois dispostos de forma simétrica no vão (Figura 20 e Figura 25).

Figura 25 – Posicionamento dos transdutores de deslocamento para os ensaios de flexão de vigas de madeira laminada colada.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

3.4. Preparação das fibras para reforço estrutural

Para aplicação padronizada de reforço nas vigas, as fibras foram separadas em lotes antes de serem aplicadas como reforço. Os lotes contendo fibras de Curauá foram montados tomando-se como critério o peso da fibra, sendo montados lotes da fibra com peso de 75g (Figura 26). Para as fibras de Vectran HT e Sisal, por se apresentarem em forma de malha criou-se lotes com tiras da malha com as dimensões da superfície da viga, portanto foram separadas porções com dimensões de 53mm de largura e 2800mm de comprimento (Figura 27 e Figura 28).

Figura 26 – Porções separadas com peso de 75g de fibras de Curauá.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Figura 27 – Porções separadas de fibra Vectran HT com comprimento 2800mm e 53mm de largura.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Figura 28 – Porções da malha de fibra de Sisal preparadas com as dimensões de 52mm de largura.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

3.5. Preparação das vigas reforçadas com fibras

A união da fibra com a resina para a formação do compósito fibroso foi feita diretamente sobre as vigas de MLC, ou seja, a união dos componentes se sucedeu na viga na região solicitada por tração, simulando uma aplicação “in loco” do reforço.

Figura 29 – Vigas recebendo reforço de fibras em sua superfície.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

A aplicação do reforço sobre a viga teve início com a aplicação de uma camada de resina epóxi Sikadur 32. Após a aplicação da camada de resina, foi aplicada uma camada de reforço de fibra. Para evitar a formação de bolhas de ar, entre a camada de resina e de fibra, e para melhorar a impregnação de resina entre os fios da fibra, foi realizada uma pressão com um rolo liso ao longo de toda a camada de reforço (Figura 30 a). Sobre a camada de fibra foi aplicado uma nova camada de resina epóxi de forma que ocorra uma total impregnação de resina nas fibras (Figura 30 b).

Figura 30 – Aplicação do compósito fibroso nas vigas de MLC. Camada de reforço de fibras sendo pressionada por rolo para retirada do ar (a) e detalhe do acabamento do compósito reforçado com fibra (b).



(a)

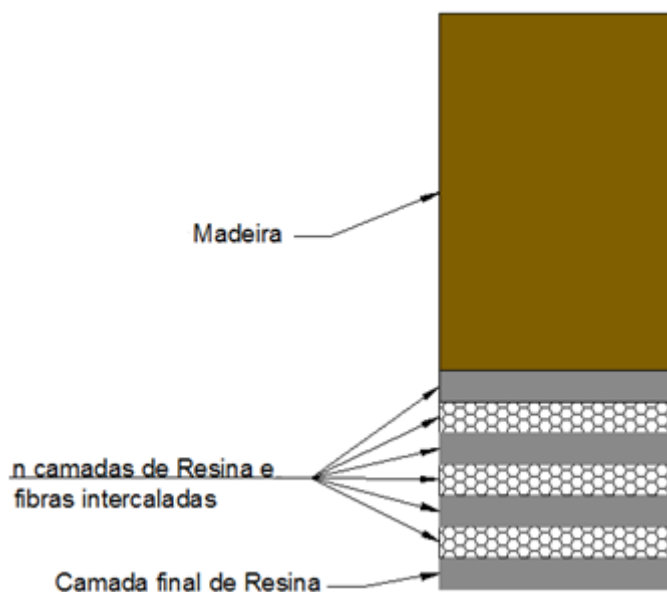


(b)

Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Quando o reforço a ser aplicado deveria utilizar mais de uma camada de fibra, este foi feito intercalando-se a aplicação de resina e fibra até atingir o número de camadas determinadas e finalizado com a aplicação da camada de resina cobrindo a ultima camada de fibra (Figura 31).

Figura 31 – Representação da seção transversal da viga esquematizando a aplicação de reforço de fibras com mais de uma camada.



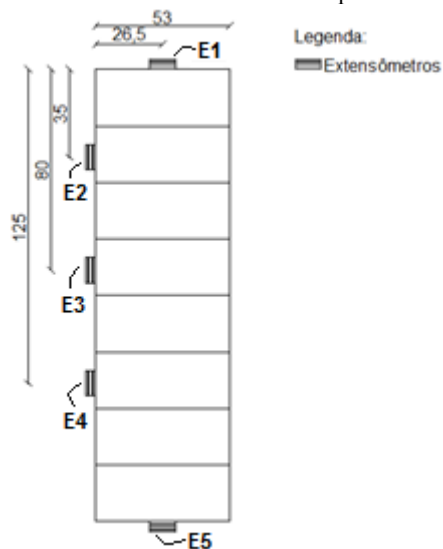
Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Sobre a superfície da viga foram posicionados extensômetros de forma a permitir o monitoramento das deformações ao longo da seção durante os ensaios. Foram utilizados cinco extensômetros Kyowa tipo KFG-5-120-C1-5 com 5mm de comprimento e $119,8 \pm 0,2 \Omega$. A superfície da viga foi preparada para receber os extensômetros que foram posicionados com um posicionado na superfície superior da viga, na região comprimida, um extensômetro foi posicionado na superfície inferior da viga, na região solicitada por tração, e os outros três extensômetros foram posicionados na superfície lateral da viga (

Figura 32). Todos os extensômetros foram posicionados em um mesmo alinhamento vertical (Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Figura 33).

Figura 32 – Posicionamento dos extensômetros sobre a superfície da viga. Unidade em mm.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Figura 33 – Detalhe do posicionamento dos extensômetros sobre a superfície da viga ao longo de um mesmo alinhamento vertical.

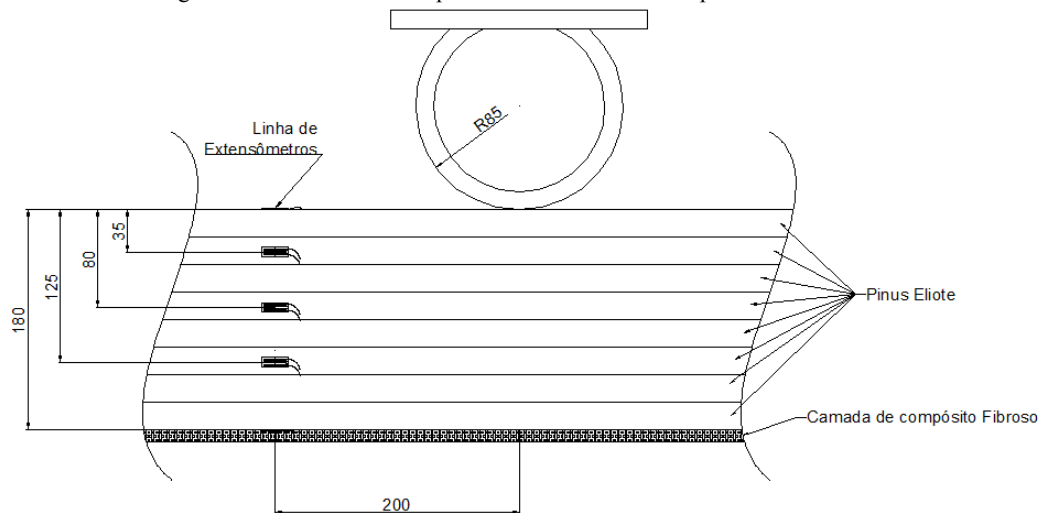


Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

A linha de extensômetros foi posicionada próxima ao meio do vão da viga, porém afastada da rótula aplicadora de carga de forma a respeitar o princípio de Saint-Venant e não gerar interferências do bulbo de tensões nas medições. O posicionamento dos extensômetros

também levou em consideração os defeitos naturais, como nós e direção das fibras, presentes nas vigas de madeira não sendo posicionados sobre esses. As coordenadas do posicionamento dos extensômetros estão descritos na Figura 34.

Figura 34 – Detalhe da região central da viga reforçada mostrando o posicionamento dos extensômetros sobre a superfície da viga com as coordenadas do posicionamento. Medidas apresentadas em mm.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

3.6. Ensaio de flexão de vigas MLC reforçada com fibra

O ensaio de flexão nas vigas reforçadas com fibra ocorreu segundo o mesmo padrão adotado para a avaliação das propriedades da madeira na flexão (ensaios preliminares), ou seja, ensaio de flexão a três pontos.

As configurações geométricas das vigas utilizadas para o ensaio, bem como as dimensões do reforço aplicado estão disponíveis na Tabela 5.

Tabela 5 – Descrição das dimensões da seção transversal das vigas e do reforço aplicado utilizados nos ensaio de flexão em vigas com 2800mm de vão entre apoios.

Nome Amostra	Reforço Aplicado	Largura mm	Altura viga mm	Altura reforço mm	Taxa Reforço %
S2V6	Referência	53	180	0	0,00
S2V4	Curauá	53	180	20	11,11
S2V3	Vectran HT	53	180	2	1,11
S2V2	Vectran HT	53	180	3	1,67
S2V1	Vectran HT	53	180	6	3,33
S2V5	Vectran HT	53	180	9	5,00
Viga 1	Referência	53	180	0	0,00
Viga 2	Sisal	53	180	8	4,44

Viga 5	Sisal	53	180	8	4,44
Viga 4	Curauá	53	180	9	5,00
Viga 6	Curauá	53	180	3	1,67
Viga 3	Vectran	53	180	3,5	1,94
Viga 7	Vectran	53	180	5	2,78

A Tabela 6 lista as gramaturas utilizadas de reforço das fibras e a gramatura final do reforço aplicado.

Tabela 6 – Descrição das gramaturas de reforço aplicado nas vigas de madeira laminada colada.

Nome Amostra	Reforço Aplicado	nº camadas un.	Gramatura Fibra	Gramatura Compósito
S2V6	Referência	0	0	0
S2V4	Curauá	2	505	1011
S2V3	Vectran HT	2	408	816
S2V2	Vectran HT	4	408	1632
S2V1	Vectran HT	6	408	2448
S2V5	Vectran HT	8	408	3264
Viga 1	Referência	1	0	0
Viga 2	Sisal	2	1393	2786
Viga 5	Sisal	2	1393	2786
Viga 4	Curauá	1	505	505
Viga 6	Curauá	1	505	505
Viga 3	Vectran	2	811	1622
Viga 7	Vectran	3	811	2433

Para a pesquisa foi escolhido utilizar diferentes gramaturas, consequentemente diferentes taxas de reforço, de forma a se verificar o comportamento dos elementos combinado com diferentes taxas de reforço.

Para a realização do ensaio de flexão foram posicionadas, nos apoios, contenções laterais que impedem exclusivamente a rotação lateral da viga, como mostrado na Figura 35, para evitar a perda de estabilidade lateral durante o ensaio.

Figura 35 – Detalhe do travamento lateral da viga montado sobre os apoios.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

O primeiro lote de vigas de madeira laminada colada composta por 7 vigas, aqui denominado de série 1, teve o carregamento central aplicado através de um cutelo indicado no anexo B da ABNT NBR7190 (1997), porém, por provocar esmagamento da superfície da viga, para o segundo lote de vigas de madeira laminada colada, composto por 6 vigas aqui denominado série 2, os ensaios foram realizados posicionando uma chapa abaixo do cutelo, garantindo assim uma distribuição das tensões e evitando esmagamento nas superfícies das vigas (Figura 36).

Figura 36 – Detalhe do cutelo utilizado nos ensaios. Cutelo utilizado nos ensaios da série 1 com dimensões indicadas na norma brasileira com esmagamento da superfície da viga (a) e detalhe do posicionamento de uma chapa abaixo do cutelo para os ensaios da série 2.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

3.7. Análise teórica

A análise teórica consistiu em estimar os valores de deslocamento que as vigas reforçadas teriam após a aplicação de carga, considerando os dados da bibliografia consultada de elasticidade das fibras, elasticidade da madeira *Pinnus Elliottii* e da gramatura de reforço aplicado disponíveis no capítulo 2 desta dissertação.

Através do método da seção transformada também foi determinado o módulo de elasticidade dos compósitos (resina e fibra) para ser considerado no cálculo das tensões presentes na seção transversal da viga.

A análise foi realizada considerando uma seção composta apenas pela elasticidade da viga sem reforço e com a rigidez obtida através da Equação [5]. A posição da linha neutra e o fator de transformação foram calculados utilizando as Equações [1] e [2], através dos programas computacionais Microsoft Excel e Mathcad 15.0.

Com o fator de transformação obtido e com o módulo de elasticidade da viga sem reforço, o módulo de elasticidade do compósito foi calculado através da Equação [6].

$$E_f = n \cdot E_w \quad [6]$$

Sendo E_f o módulo de elasticidade do compósito, n o fator de transformação do método da seção transformada e E_w o módulo de elasticidade na flexão da viga de MLC sem reforço.

Para o cálculo de tensões atuantes na seção transversal da viga, foram utilizados os dados de deformações captados pelos dos extensômetros instalados nas vigas e a relação de tensões e deformações definida como Lei de Hooke (Equação [7]).

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad [7]$$

Onde:

σ são as tensões atuante em MPa;

ε são as deformações obtidos nos ensaios de flexão;

E é o módulo de elasticidade do material em MPa.

Para uma análise gráfica os dados de tensões e deformações foram plotados de forma gráfica criando, assim, diagramas de tensões e deformações atuantes na seção transversal da viga.

4. Resultados e discussões

Neste capítulo são apresentados e discutidos os dados obtidos através dos ensaios de tração nas fibras, comparando-os com os valores obtidos na revisão da bibliografia.

Também são apresentados e discutidos os dados de tensões, deformações, resistência e rigidez das vigas de madeira laminada coladas fletidas em laboratório com e sem reforço aplicado.

4.1. Caracterização das fibras Vectran

Os dados captados no ensaio de tração com as amostras de Vectran avaliadas demonstram que as fibras apresentam valor médio de resistência superior aos das fibras apresentadas na Tabela 3 e módulo de elasticidade superior ao do vidro e valores próximos das fibras de carbono e do aço, como é possível observar na Tabela 7.

Tabela 7 – Valores de resistência e Módulo de elasticidade obtidos em ensaio de tração em fibras Vectran segundo norma ASTM D2256.

AMOSTRA	MÓDULO	RESISTENCIA
	E	f _t
Nome	MPa	MPa
T1	82500	3370
T2	117857	3370
T3	168000	4332
T4	137500	3370
T5	69444	2407
T6	142857	2888
T7	133333	4332
T8	150000	3370
T9	137931	4332
Média	126603	3530
Desvio	31832	681
Coef. var.	25%	19%

Os valores de resistência e módulo de elasticidade obtidos foram superiores aos obtidos na bibliografia Kuraray America (2010), disponível no capítulo 2 Tabela 2 desta dissertação, para as fibras Vectran HT utilizadas nessa pesquisa. Acredita-se que a diferença ocorreu devido à forma como a área da seção resistente foi considerada, sendo aconselhável para trabalhos posteriores uma revisão do método de ensaio adotado.

4.2. Comportamento de vigas reforçadas solicitadas por flexão

Na Tabela 8 são apresentados os valores de força de ruptura e rigidez que as vigas de madeira laminada reforçada atingiram nos ensaios de flexão. Na tabela também é apresentado os valores da força de ruptura atingidos pelas vigas de referência. Não apresentados os valores de módulo e rigidez das vigas referência pois para os cálculos foram utilizados os valores das vigas sem o PRF aplicado.

Tabela 8 – Dados de rigidez e ruptura atingidos durante os ensaios de flexão de vigas de madeira laminada colada com reforço de fibra aplicado.

Nome amostra	Tipo reforço	Gramatura do reforço g/m ²	Rigidez Inicial N.mm ²	Elasticidade Madeira MPa	Força Ruptura N
Ref1	Referencia	0	-	-	17000
Ref2	Referencia	0	-	-	28000
Vec 1	Vectran HT	816	2,78E+11	10807	27627
Vec 2	Vectran HT	1632	3,0291E+11	11760	30987
Vec 3	Vectran HT	2448	3,1099E+11	12073	31454
Vec 4	Vectran HT	3264	2,2226E+11	8629	24127
Vec 5	Vectran HT	1622	2,3781E+11	9233	25947
Vec 6	Vectran HT	2433	2,6983E+11	10475	26507
Sis 1	Sisal	2786	2,6068E+11	10120	28680
Sis 2	Sisal	2786	2,7897E+11	10831	25340
Cur 1	Curauá	505	2,3324E+11	9055	25014
Cur 2	Curauá	505	2,4239E+11	9410	23427
Cur 3	Curauá	1010	3,5755E+11	13881	28747

Os ensaios realizados nas vigas com e sem reforço de fibra renderam as relações de dados, entre carregamento e deslocamento vertical, apresentados nas figuras de Figura 40 a Figura 47.

Figura 37 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga de MLC Vec 1 com e sem reforço de duas camadas de Vectran HT de gramatura total 816g/m².

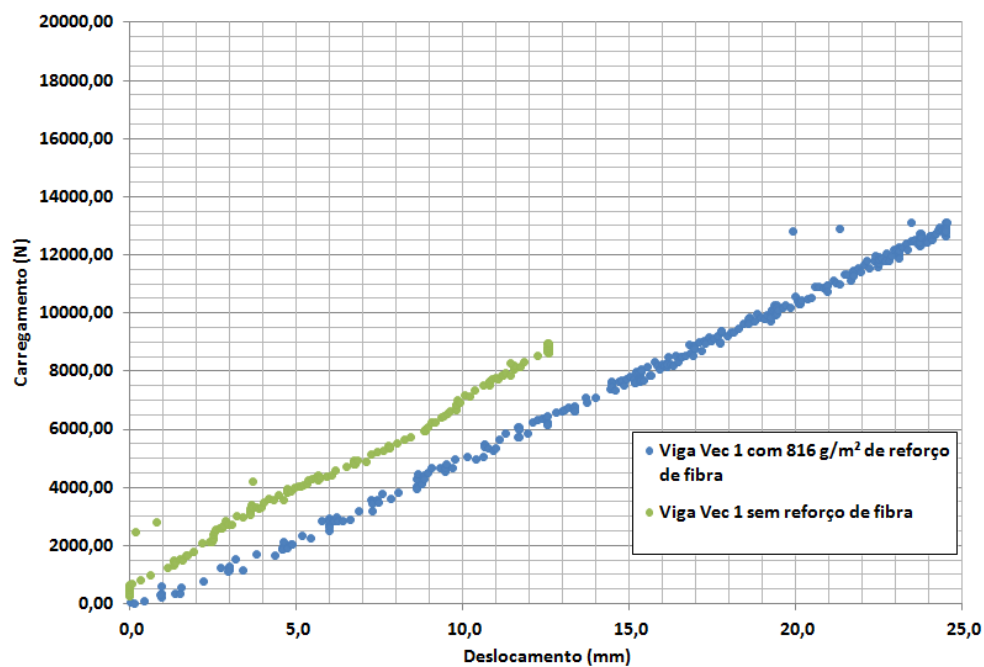


Figura 38 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga de MLC Vec 2 com e sem reforço de quatro camadas de Vectran HT de gramatura total 1632g/m².

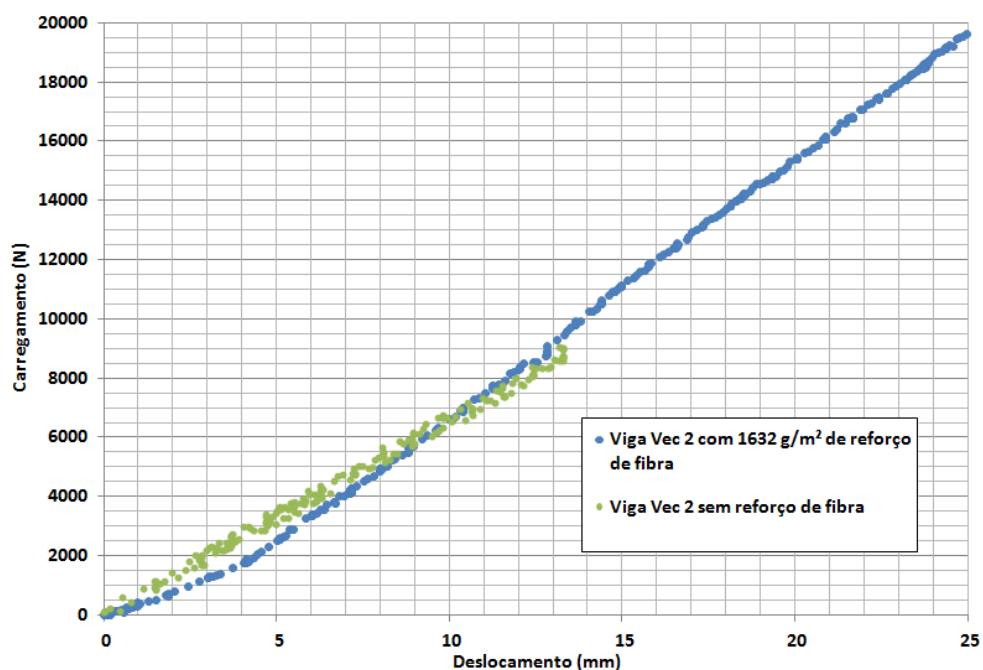


Figura 39 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga de MLC Vec 3 com e sem reforço de seis camadas de Vectran HT de gramatura total 2448g/m².

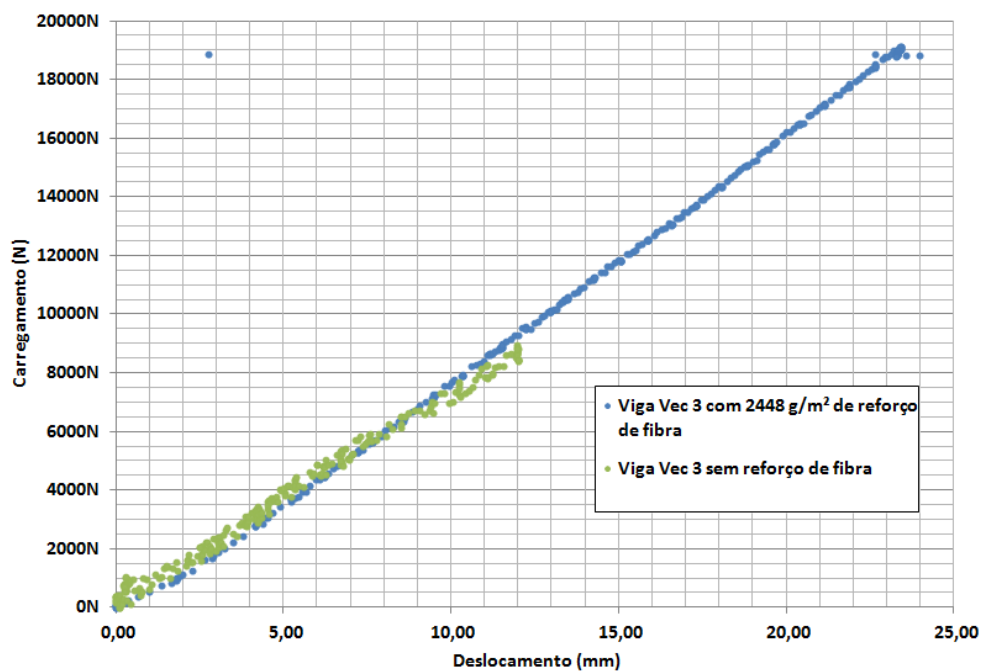


Figura 40 – Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga de MLC Vec4 com e sem reforço de oito camadas de Vectran HT de gramatura total 3264g/m².

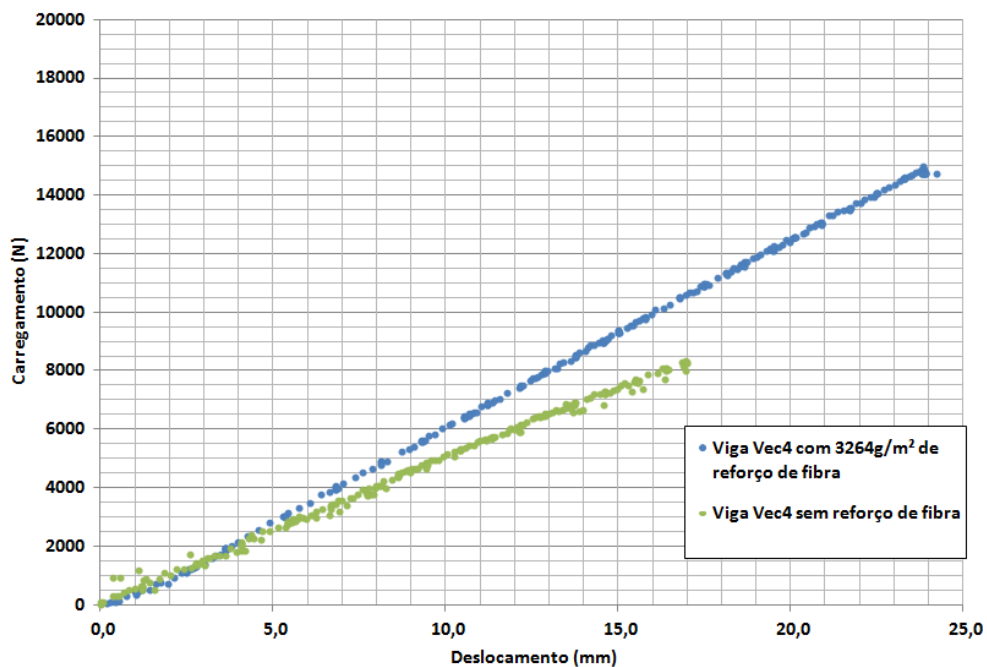


Figura 41 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga Vec 5 de MLC com e sem reforço de duas camadas de Vectran HT de gramatura total 1622g/m².

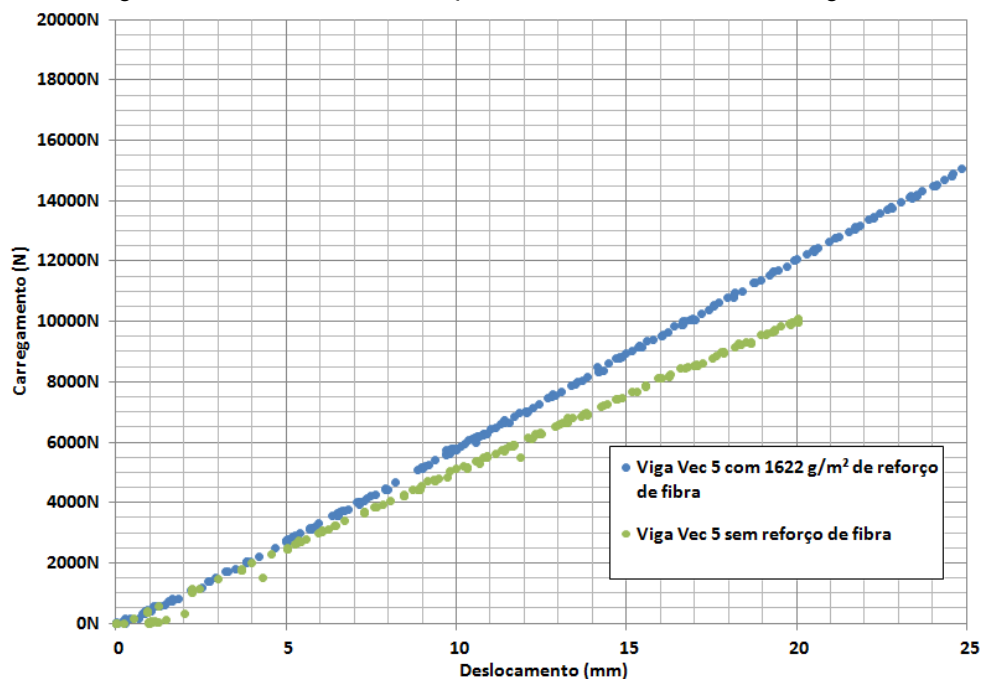


Figura 42 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga Vec 6 de MLC com e sem reforço de três camadas de Vectran HT de gramatura total 2433g/m².

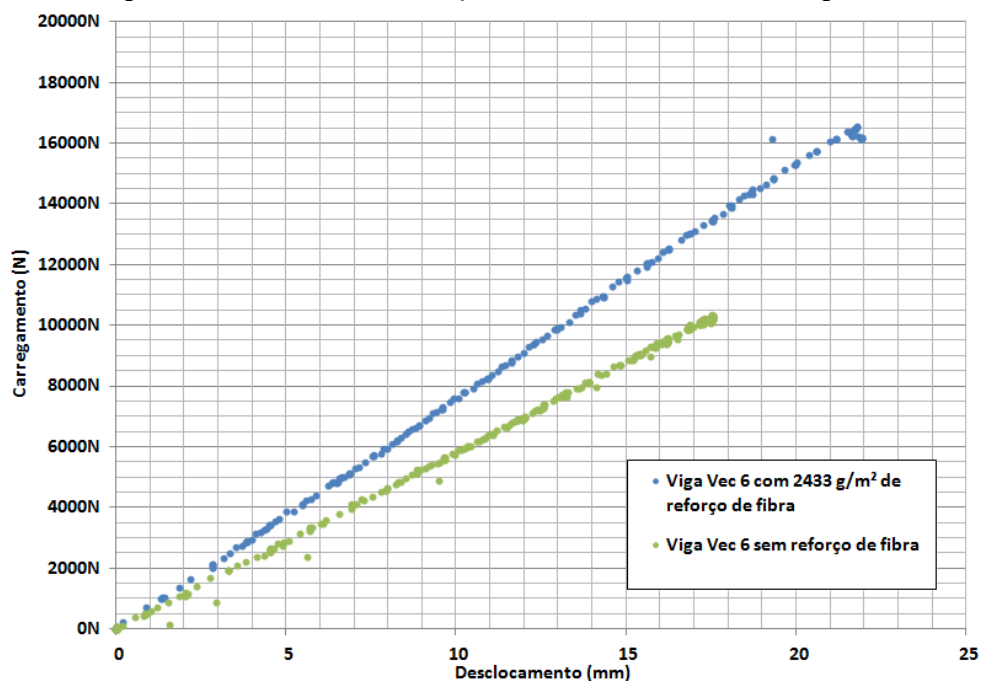


Figura 43 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga Cur 1 de MLC com e sem reforço de manta de Curauá com gramatura total 505.g/m².

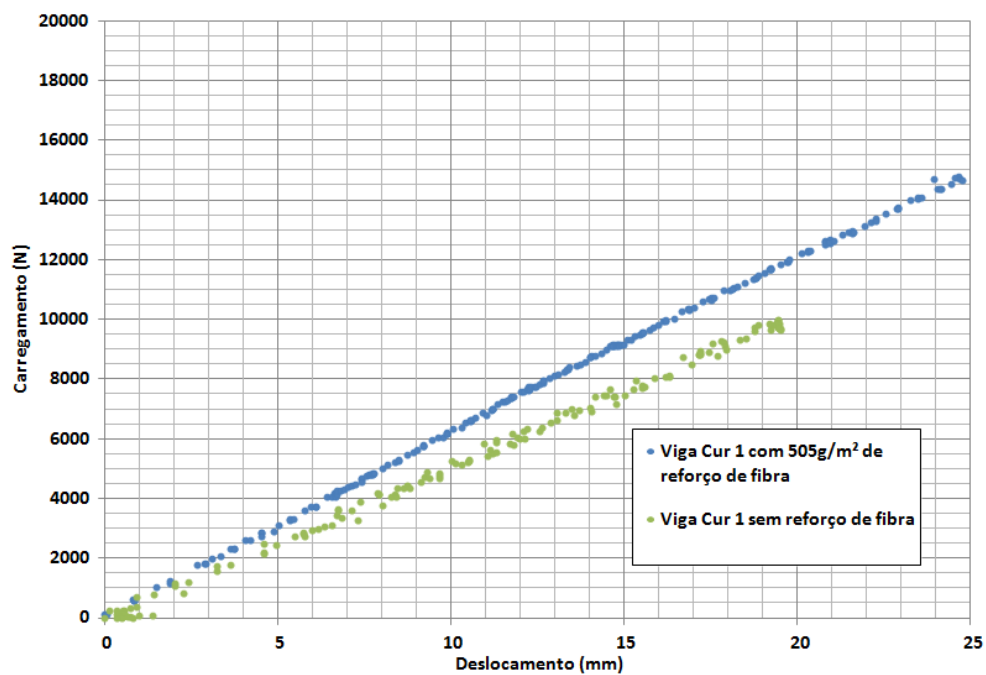


Figura 44 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga Cur 2 de MLC com e sem reforço de fibras de Curauá com gramatura total 505.g/m².

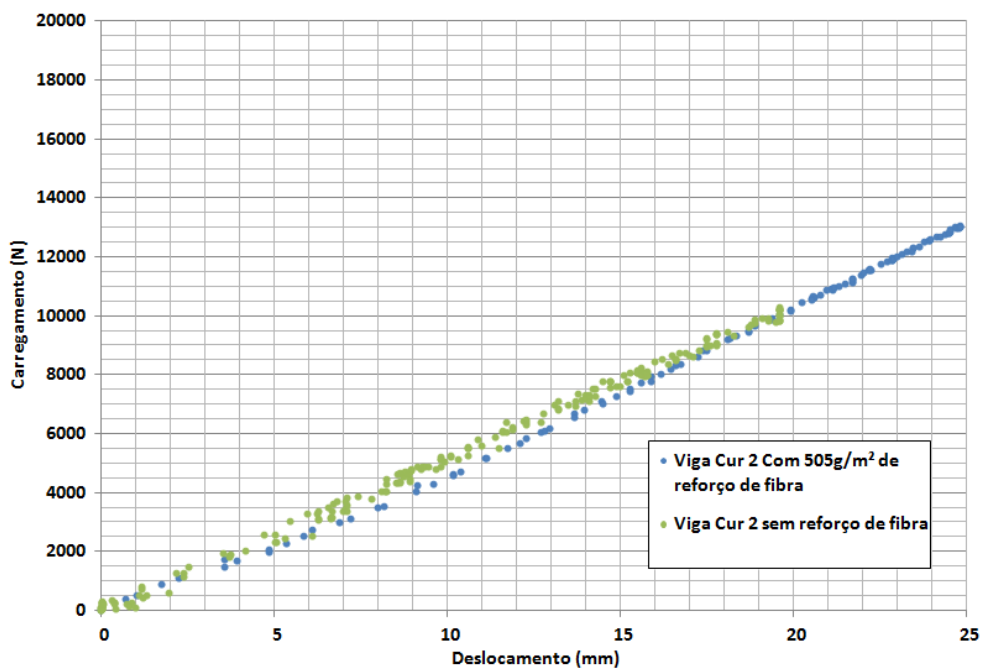


Figura 45 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga de MLC Cur 3 com e sem reforço de cordões de Curauá com gramatura total 1011 g/m².

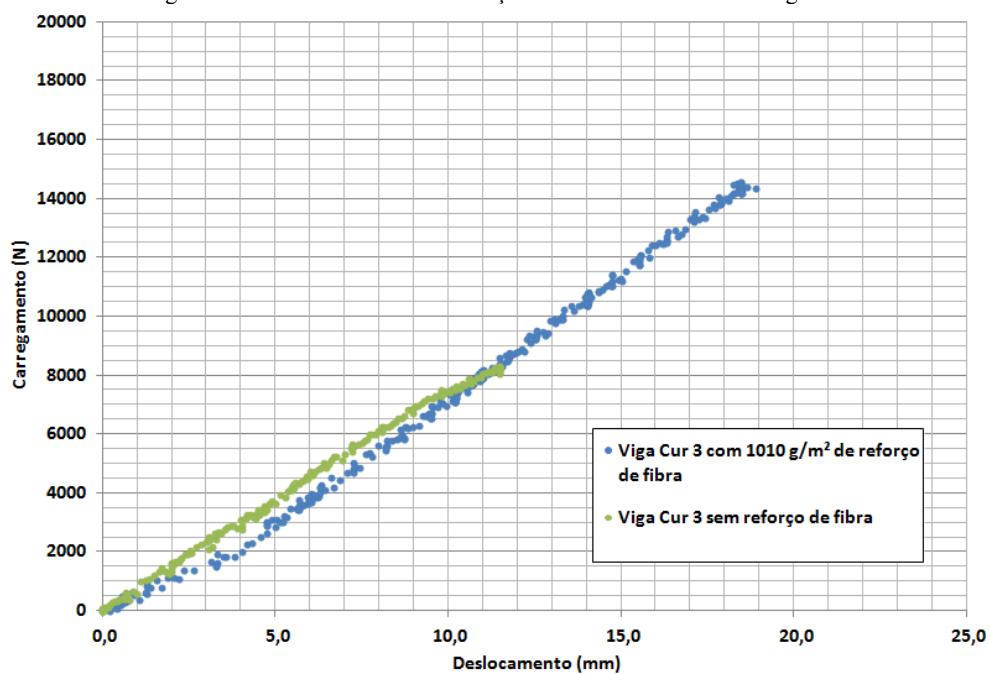


Figura 46 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga Sis 1 de MLC com e sem reforço de manta de Sisal com gramatura total 2786 g/m².

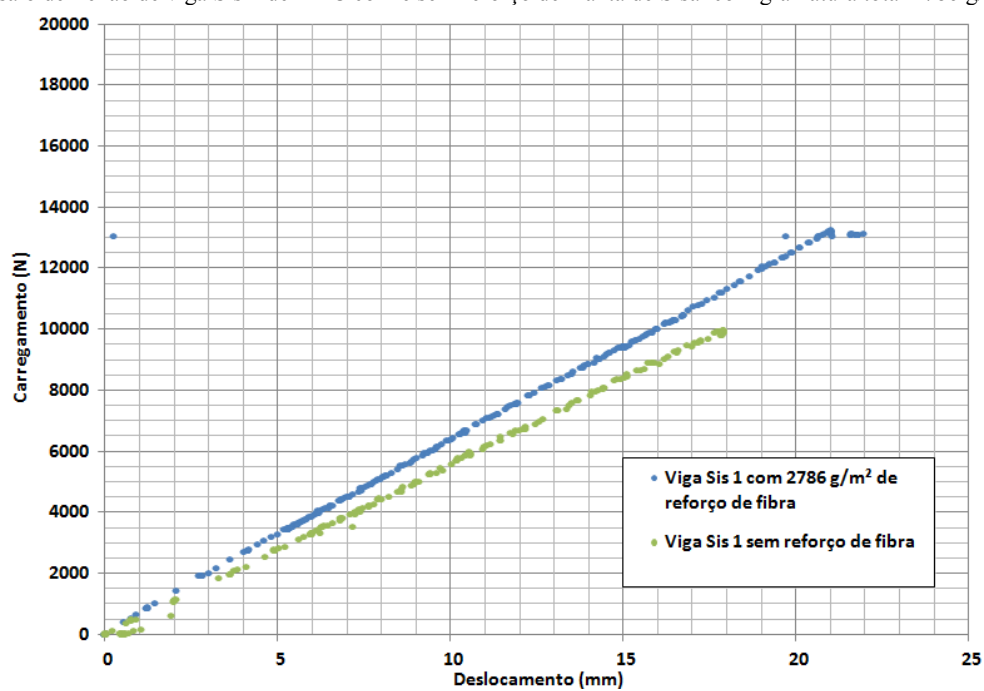
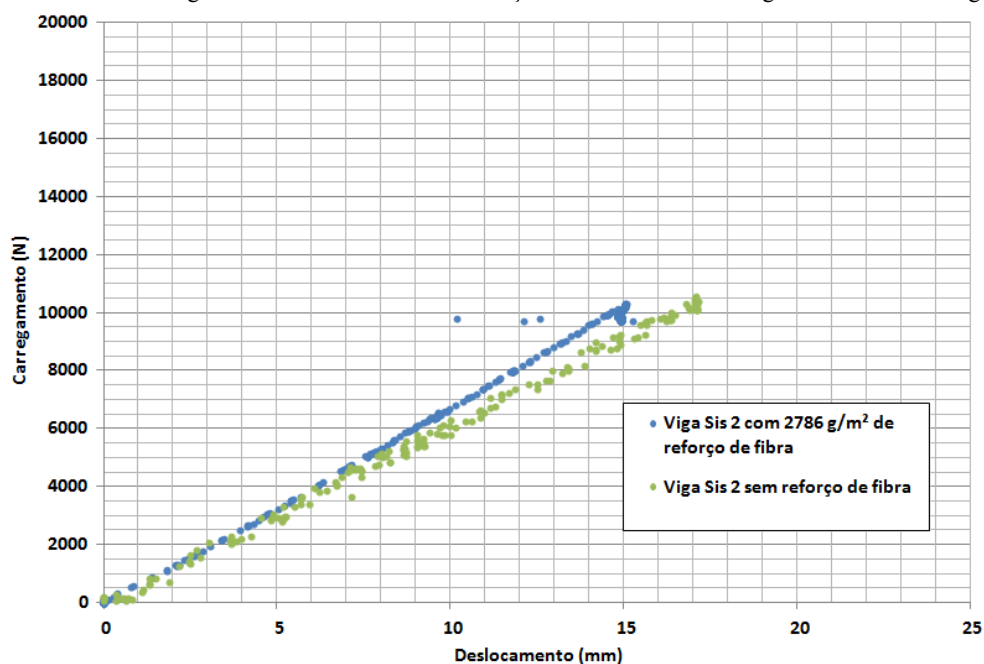


Figura 47 - Curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, 2800mm entre apoios, em ensaio de flexão de viga Sis 2 de MLC com e sem reforço de manta de Sisal com gramatura total 2786 g/m².



A correlação entre a carga aplicada e o deslocamento vertical no meio do vão, observado nas figuras de Figura 40 a Figura 47 indicam que a aplicação do reforço de fibra proporcionou um aumento de rigidez, consequentemente, uma redução nos deslocamentos verticais.

A relação da rigidez das vigas reforçadas com as vigas sem o reforço de fibras aplicado torna possível quantificar o ganho de rigidez que a aplicação das fibras naturais e sintéticas gerou. Na Tabela 9 são apresentadas as taxas de reforço, dado como a relação entre altura do reforço e altura da viga, e a taxa de rendimento do reforço, que é tratada como a relação entre o ganho de rigidez e a rigidez inicial da viga sem reforço.

Tabela 9 – Dados de gramatura aplicada de reforço, número de camadas de reforço utilizado e o ganho de rigidez adquirido.

Tipo de reforço	Altura Reforço mm	Taxa Reforço %	Gramatura do reforço g/m ²	Taxa Rendimento %
Vectran	2	1,1	816	-7
Vectran	3,5	1,9	1622	22
Vectran	3	1,7	1632	34
Vectran	5	2,8	2433	31
Vectran	6	3,3	2448	25
Vectran	9	5,0	3264	36
Sisal	8	4,4	2786	9
Sisal	8	4,4	2786	16
Curauá	20	11,1	1010	8
Curauá	9	5,0	505	20
Curauá	3	1,7	505	8

Comparando as taxas de rendimento apresentadas na Tabela 9 é possível notar que o desempenho mecânico das fibras Vectran HT foram superiores aos desempenhos apresentados pelas fibras naturais, tendo seu menor valor substancial um rendimento de 22% sendo esse superior aos valores atingidos pelas vigas reforçadas com fibras naturais.

Os dados obtidos para a viga reforçada com Vectran HT de gramatura 816 g/m² apresentou dados incoerentes indicando erro durante o ensaio o que levou a descartar os dados do ensaio.

Já os dados apresentados na Tabela 9 para as fibras naturais indicam que a aplicação de fibras naturais como reforço estrutural leva a uma melhoria na rigidez (EI) do elemento variando de 8% a 20%.

As vigas em que foram aplicadas as fibras de Vectran como reforço tiveram sua altura verificada após a implementação do compósito fibroso e esta apresentou uma altura constante ao longo da viga. Esse controle de altura foi possível para essa fibra por apresentar uma superfície contínua regular ao longo de toda a extensão das vigas, o que não ocorreu com as fibras naturais apresentando uma superfície irregular. Essa irregularidade no reforço com fibras naturais impossibilitou a instalação de extensômetros sobre sua superfície.

Figura 48 – Detalhe da superfície irregular gerada após a aplicação de resina e fibras de Curauá.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

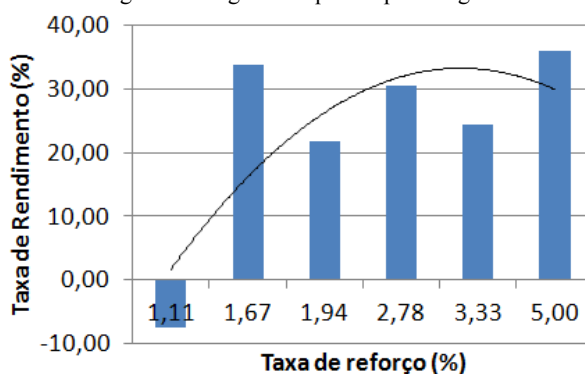
Figura 49 - Detalhe da superfície irregular gerada após a aplicação de resina e fibras de Sisal.



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Ao correlacionar o ganho de rigidez e a porcentagem em altura de reforço aplicado, como mostrado na Figura 50, observa-se que a recomendação feita por Fiorelli (2005), em que o reforço aplicado não deve ultrapassar de 3,3% da altura da viga, também é válida para a aplicação desse tipo de reforço em vigas de MLC da madeira de Pinus Elliotti.

Figura 50 – Correlação entre taxa de reforço aplicado com o ganho de rigidez adquirido pelas vigas.

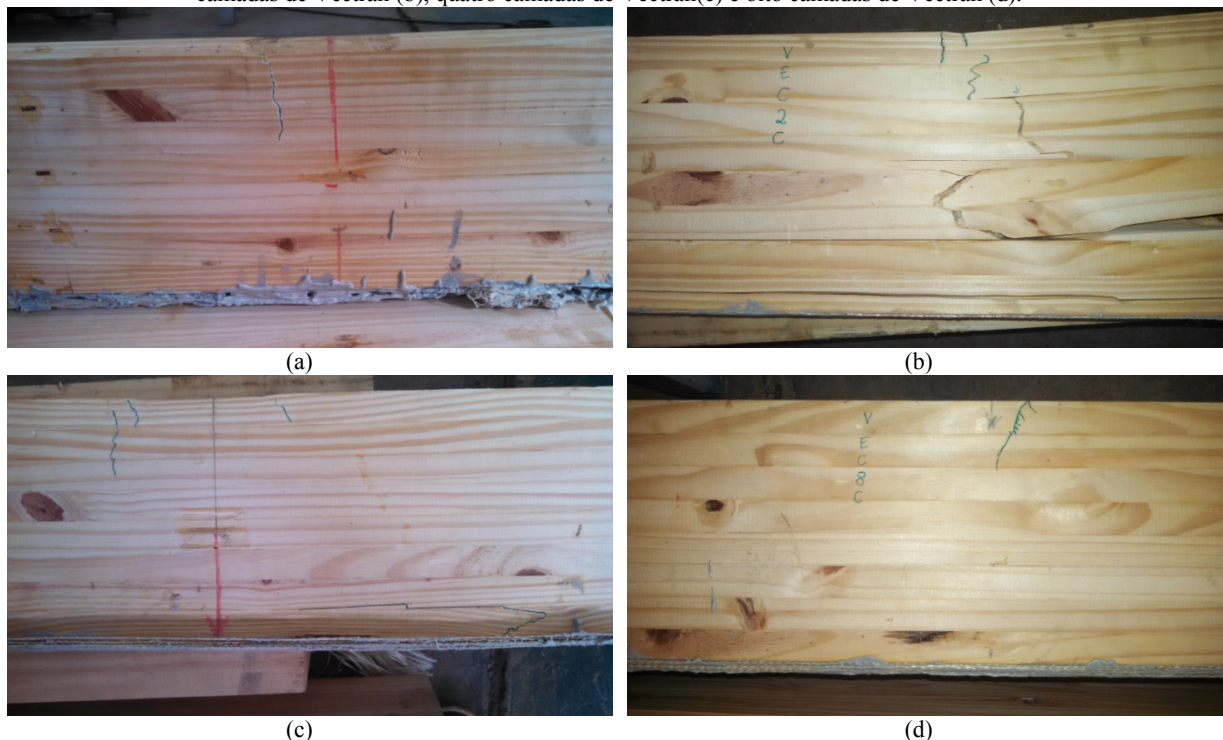


Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

O modo de ruptura observado nas vigas de MLC reforçadas ocorreu inicialmente com o esmagamento da madeira na região comprimida da seção (Figura 51), resultando num abaixamento da linha neutra e, conseqüentemente, posteriormente uma ruptura brusca por tração e cisalhamento, fenômeno este também observado por Fiorelli (2005).

Como consequência desse modo de ruptura, que diferente do modo brusco que ocorre em vigas sem reforço, são observados grandes deformações antes da ruptura final da viga, permitindo uma reserva adicional de segurança como concluído por Fiorelli (2005).

Figura 51 – Rupturas por compressão observada nos ensaios de flexão de vigas de MLC reforçadas com Curauá (a), duas camadas de Vectran (b), quatro camadas de Vectran(c) e oito camadas de Vectran (d).



Fonte: Grupo de pesquisa em vigas laminadas reforçadas da FEC - Unicamp

Analisando os dados dos valores da carga ultima atingida pelas vigas (Tabela 10), é possível notar que a aplicação do reforço natural e sintético leva a uma melhora na carga de ruptura.

Tabela 10 – Dados avaliados das cargas de ruptura atingidas pelas vigas reforçadas e referência

Tipo de reforço aplicado	Ruptura Média [N]	Desvio Padrão [N]	Coefficiente De Variação	Ganho Resistência
Referencia	22500	7778	35%	0%
Vectran	27775	2903	10%	23%
Sisal	27010	2362	9%	20%
Curauá	25729	2731	11%	14%

A aplicação das fibras como reforço em vigas de madeira laminada colada gerou uma redução da variação dos valores de ruptura quando comparados os valores de desvio padrão das vigas reforçadas com os aferidos para as vigas de referência sem reforço, como

observado na Tabela 10, o que indica que aplicação das fibras como reforço é válida para a redução da variabilidade e padronização dos valores de ruptura, permitindo assim um melhor aproveitamento das propriedades.

Também é observado na Tabela 10 que os valores de ruptura médios das vigas reforçadas foram superiores ao valor médio das vigas de referência, comprovando a validade da aplicação de reforço com o intuito de se aumentar a resistência do elemento reforçado.

4.3. Método da seção transformada para estimativa de deslocamento

Para estimar os valores de deslocamento pelo método da seção transformada, foram utilizados os dados apresentados na Tabela 11, com os valores médios encontrados em Mascia et al (2010), Kuraray America (2010) e Spinacé et al. (2011) e as gramaturas de reforço aplicado nas vigas.

Tabela 11 – Valores de referência obtidos da literatura para estimativa dos deslocamentos das vigas reforçadas.

Reforço	Densidade Kg/m ³	Elasticidade GPa	Gramatura g/m ²
Curauá	1100	30	505
Curauá	1100	30	1010
Sisal	1588	15,2	2786
Vectran	1400	75	816
Vectran	1400	75	1632
Vectran	1400	75	2448
Vectran	1400	75	3264
Vectran	1400	75	1622
Vectran	1400	75	2433

Para todos os cálculos das estimativas foi considerado o módulo de elasticidade da madeira *Pinus Elliottii* igual a 11889MPa, valor de referência apresentado na tabela da norma ABNT NBR 7190 (1997). Esse valor foi adotado a título de comparação entre os valores esperados em um cálculo de elemento estrutural em um projeto com os valores obtidos nos ensaios laboratoriais.

Com a utilização dos programas computacionais, Microsoft Excel e Mathcad 15.0, e utilizando as equações apresentados para o cálculo da seção transformada, foram criadas as curvas de correlação do carregamento e deslocamentos das vigas reforçadas (Figura 52 até a Figura 59) que são apresentadas em conjunto com as curvas geradas a partir dos dados de carregamento e deslocamentos obtidos nos ensaios de laboratório.

Figura 52 – Curvas de correlação do carregamento e deslocamento estimada e obtida em laboratório da viga com reforço de fibras de Curauá com gramatura de 505g/m².

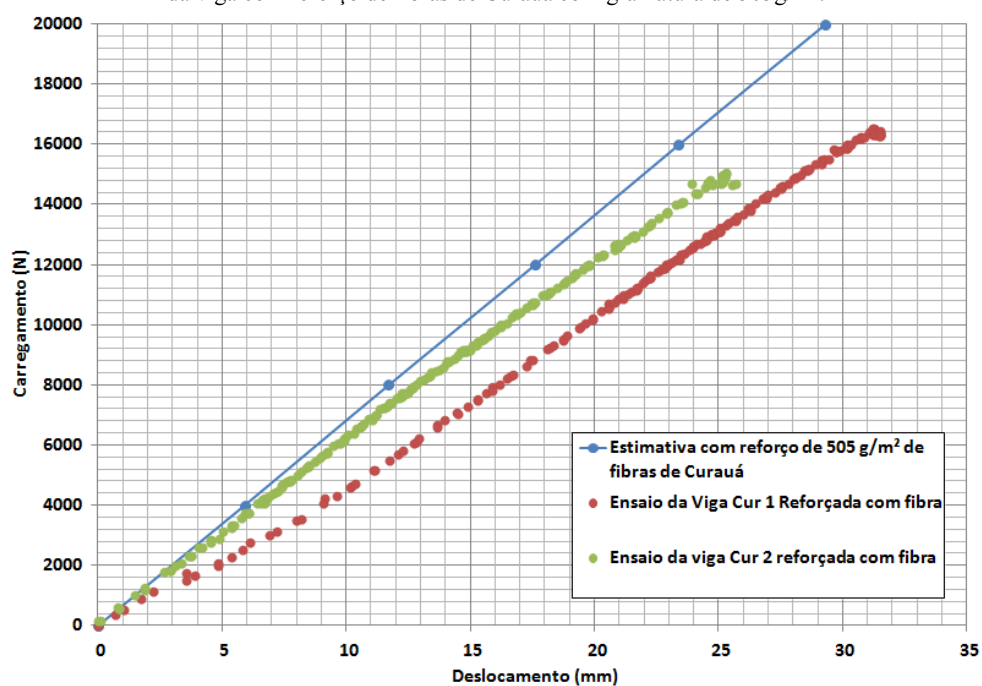


Figura 53 - Curvas de correlação do carregamento e deslocamento estimada e obtida em laboratório da viga com reforço de fibras de Curauá com gramatura de 1010g/m².

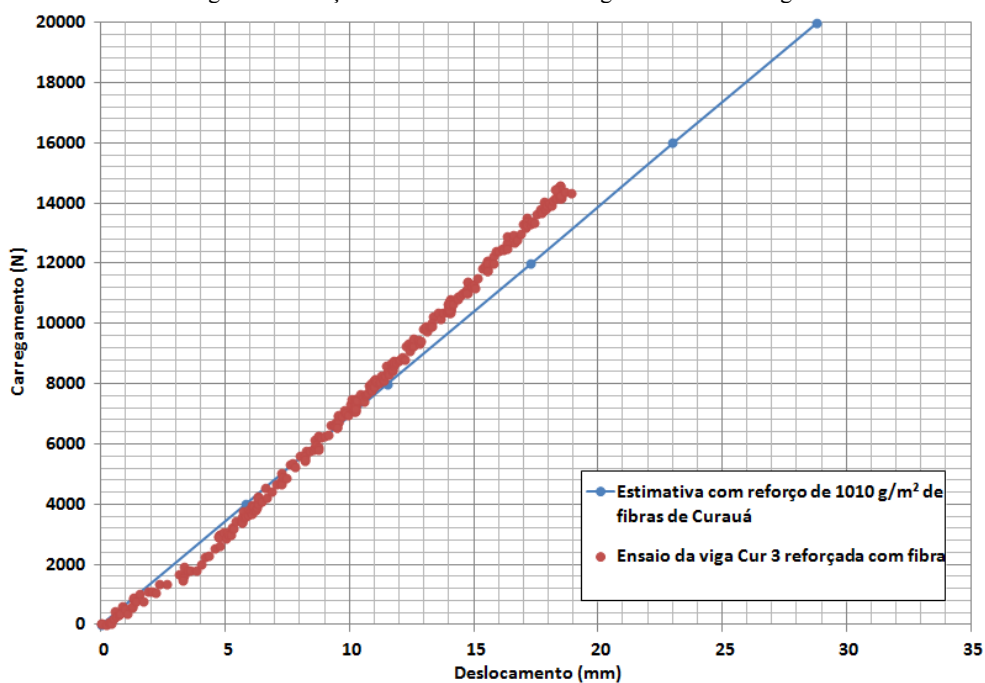


Figura 54 - Curvas de correlação do carregamento e deslocamento estimada e obtida em laboratório da viga com reforço de fibras de Sisal com gramatura de 2786g/m².

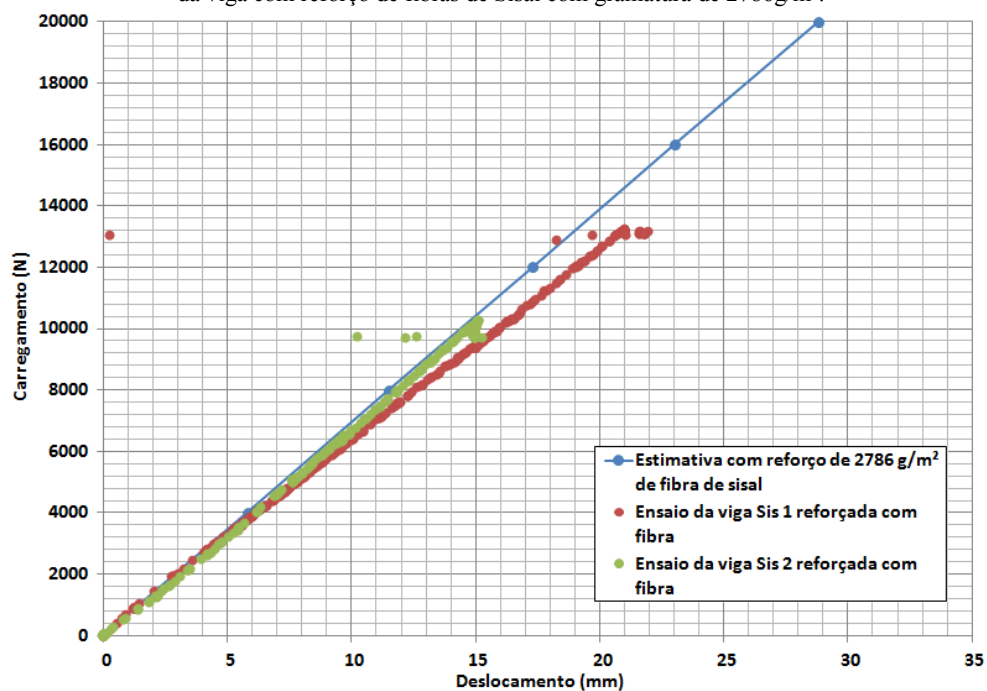


Figura 55 - Curvas de correlação do carregamento e deslocamento estimada e obtida em laboratório da viga com reforço de fibras de Vectran com gramatura de 1632g/m².

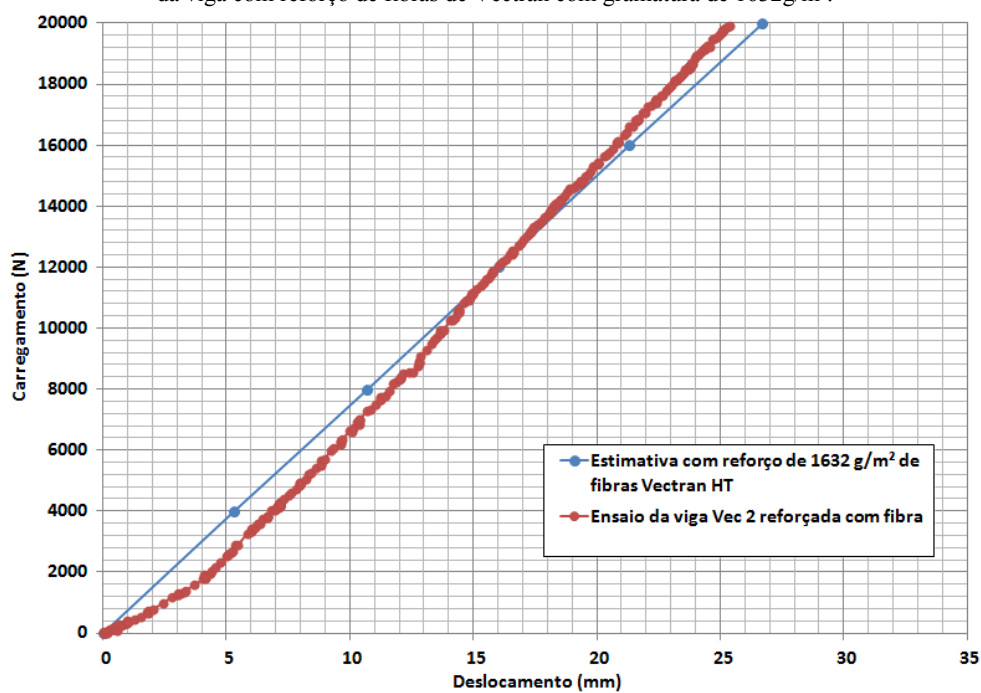


Figura 56 - Curvas de correlação do carregamento e deslocamento estimada e obtida em laboratório da viga com reforço de fibras de Vectran com gramatura de 2448g/m².

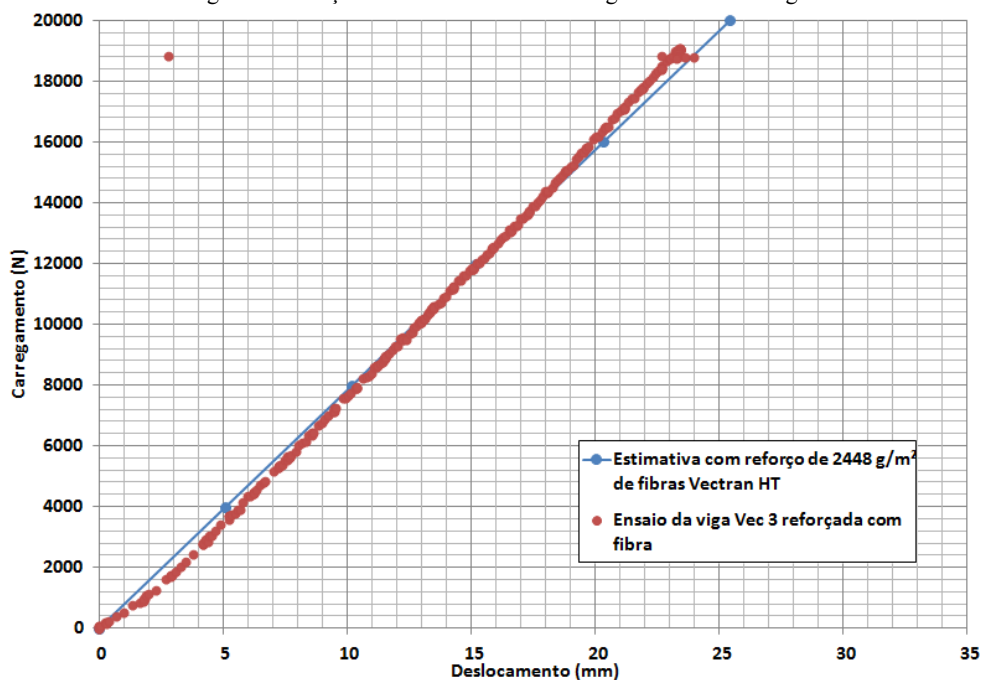


Figura 57 - Curvas de correlação do carregamento e deslocamento estimada e obtida em laboratório da viga com reforço de fibras de Vectran com gramatura de 3264g/m².

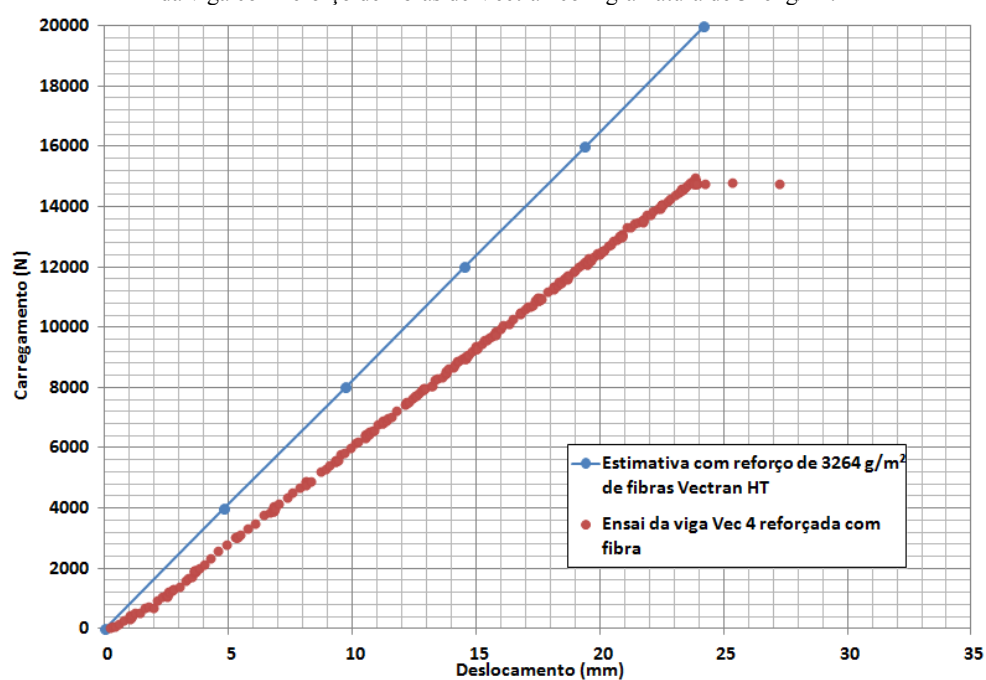


Figura 58 - Curvas de correlação do carregamento e deslocamento estimada e obtida em laboratório da viga com reforço de fibras de Vectran com gramatura de 1622g/m².

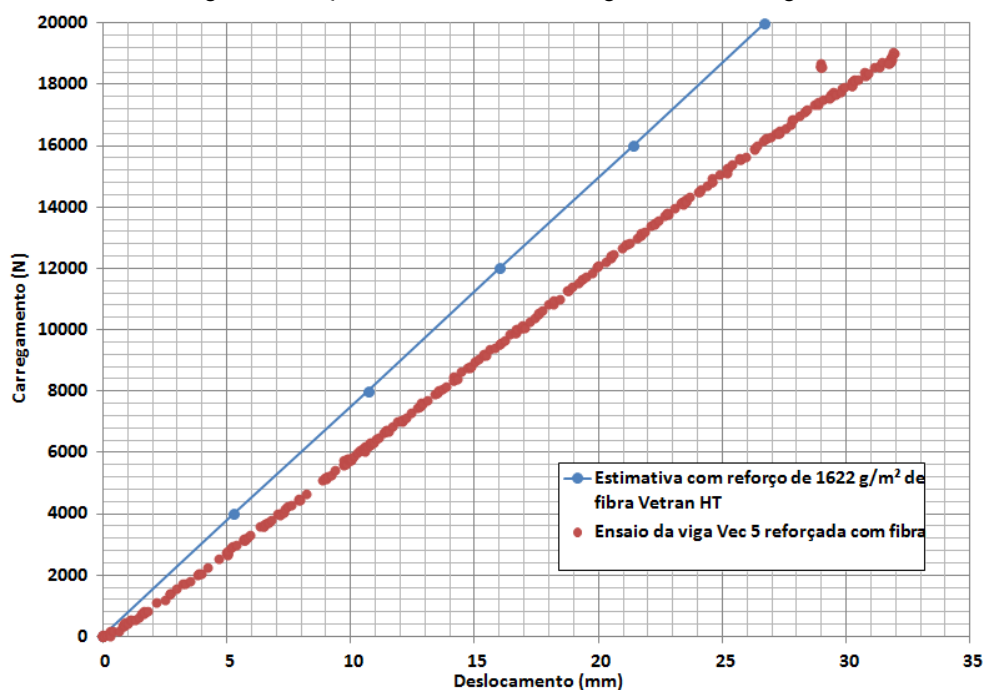
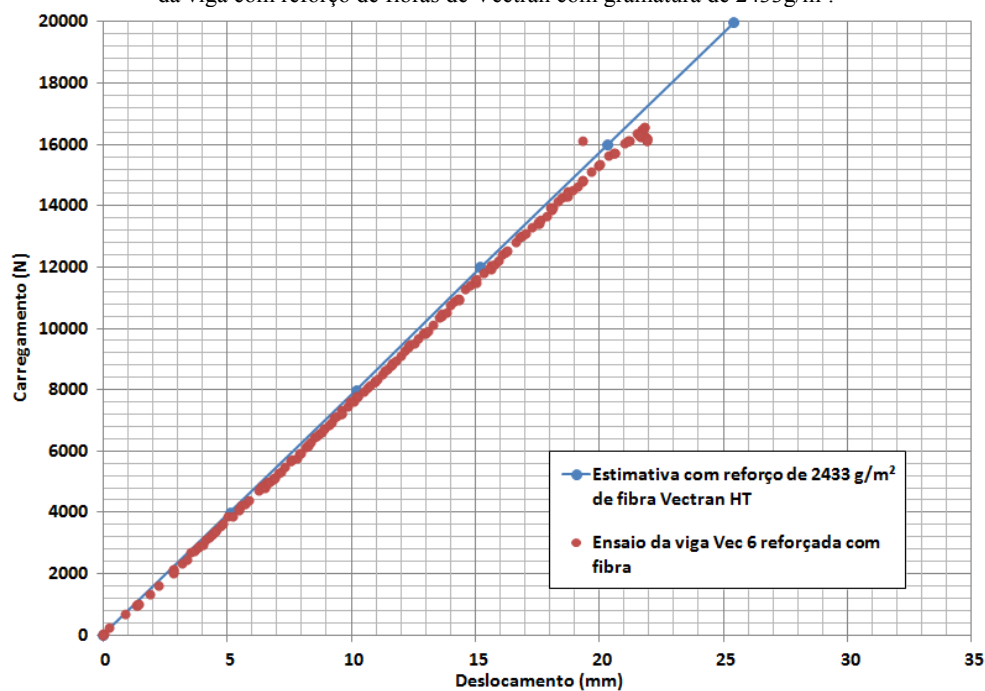


Figura 59 - Curvas de correlação do carregamento e deslocamento estimada e obtida em laboratório da viga com reforço de fibras de Vectran com gramatura de 2433g/m².



A análise gráfica das curvas obtidas demonstra que, em geral, os valores estimados foram próximos dos valores obtidos em laboratório. A comparação entre os valores

de rigidez obtidos e estimados (Tabela 12) demonstra que, para alguns tipos de reforço utilizado, o erro cometido ao utilizar o método da seção transformada fica abaixo dos 10%.

Tabela 12 – Comparação dos dados de rigidez obtidos em laboratório e os valores estimados através do método da seção transformada com os dados teóricos.

Reforço	Gramatura g/m ²	EI _{est} N.mm ²	EI _{lab} N.mm ²	Erro
Curauá	505	3,1182E+11	2,7059E+11	15%
Curauá	1010	3,1723E+11	3,8774E+11	-18%
Sisal	2786	3,1723E+11	3,0298E+11	5%
Vectran	1632	3,4300E+11	4,0536E+11	-15%
Vectran	2448	3,6105E+11	3,8721E+11	-7%
Vectran	3264	3,7848E+11	3,0237E+11	25%
Vectran	1622	3,4300E+11	2,8964E+11	18%
Vectran	2433	3,6105E+11	3,52147E+11	3%

4.4. Análise das tensões através do método da seção transformada

O cálculo do módulo de elasticidade final do compósito formado pela união da resina e da fibra foi realizado através do método da seção transformada utilizando as equações [1], [2] e [6], e os dados obtidos em laboratório (Tabela 13).

Tabela 13 – Dados obtidos nos ensaios de laboratório utilizados para o cálculo da elasticidade final do compósito de resina e fibra.

Nome amostra	Largura total mm	Altura Reforço mm	Altura viga mm	Gramatura do reforço g/m ²	EI Inicial N.mm ²	EI Final N.mm ²	E Madeira MPa	E Compósito MPa
Vec 2	53	3	180	1632	3,0291E+11	4,0536E+11	11760	86373
Vec 3	53	6	180	2448	3,1099E+11	3,8721E+11	12073	30002
Vec 4	53	9	180	3264	2,2226E+11	3,0237E+11	8629	21084
Vec 5	53	3,5	180	1622	2,3781E+11	2,8964E+11	9233	35674
Vec 6	53	5	180	2433	2,6983E+11	3,5215E+11	10475	40168
Sis 1	53	8	180	2786	2,6068E+11	2,8355E+11	10120	6270
Sis 2	53	8	180	2786	2,7897E+11	3,2242E+11	10831	12165
Cur 1	53	9	180	505	2,3324E+11	2,7897E+11	9055	11403
Cur 2	53	3	180	505	2,4239E+11	2,6220E+11	9410	15292
Cur 3	53	20	180	1010	3,5755E+11	3,8774E+11	13881	2905

Os valores obtidos através da utilização do método da seção transformada para o cálculo do módulo de elasticidade do compósito geraram as curvas descritas nas Figura 60 até a Figura 69 onde são comparadas com as curvas obtidas a partir dos dados laboratoriais.

Figura 60 – curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 3264g/m² de fibras Vectran.

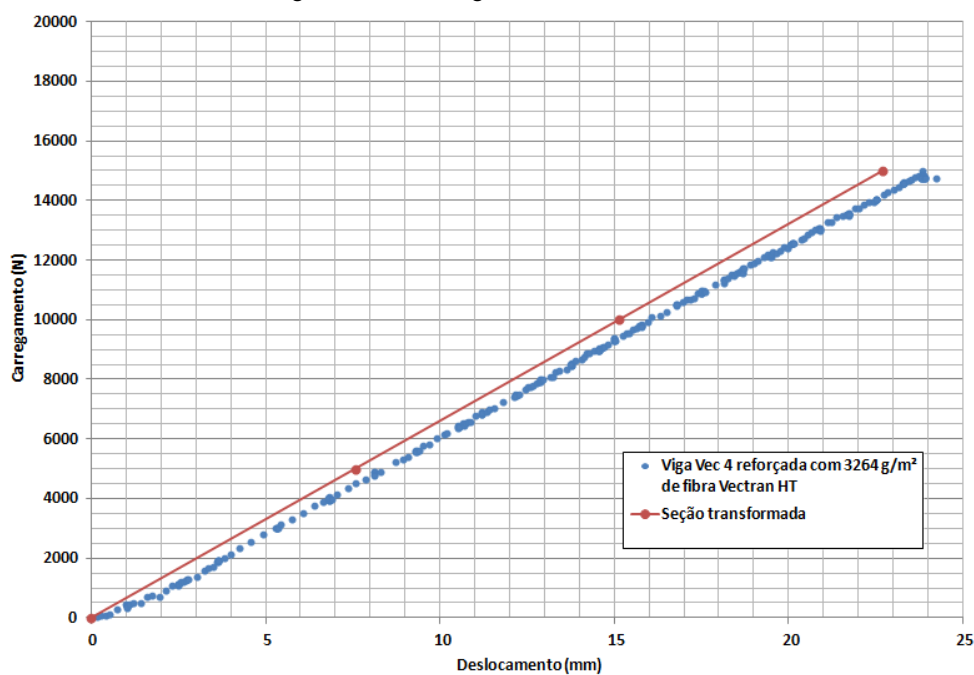


Figura 61 – curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 2448g/m² de fibras Vectran.

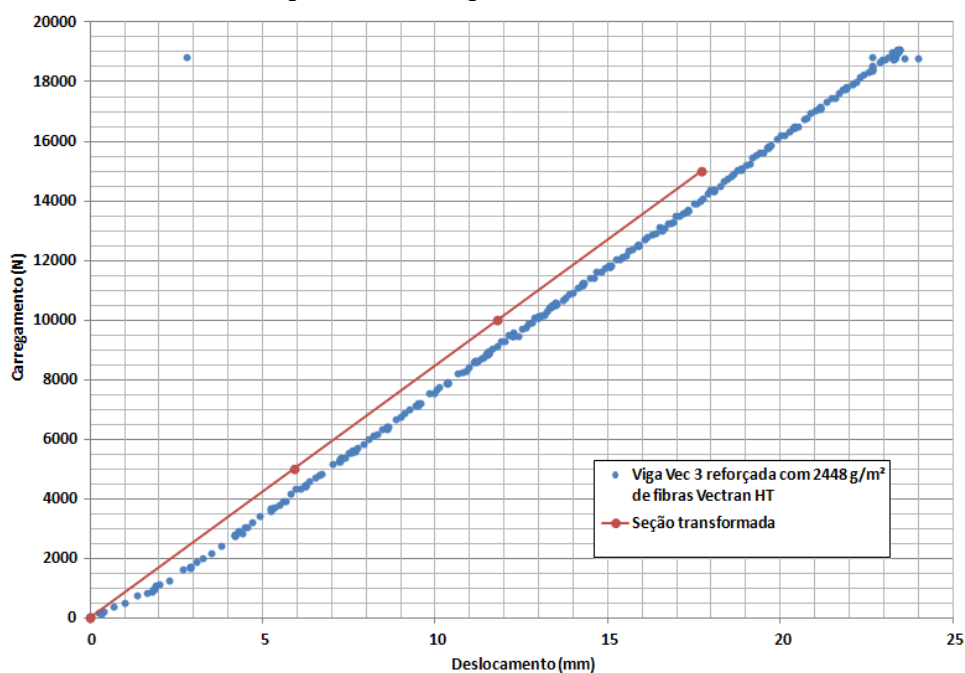


Figura 62 – curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 1632 g/m² de fibras Vectran.

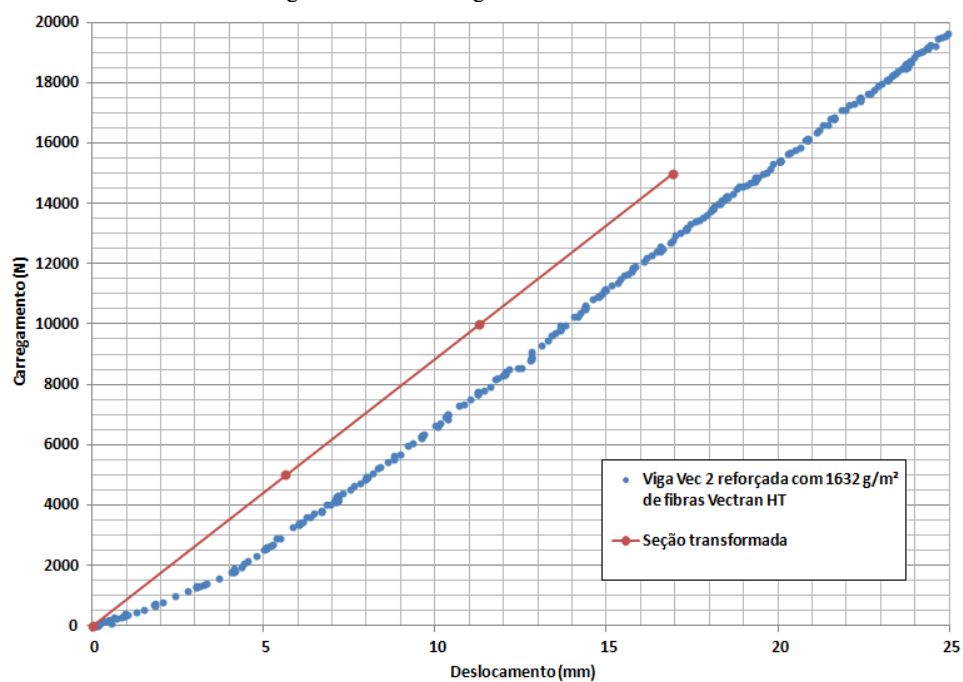


Figura 63 - curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 1622 g/m² de fibras Vectran.

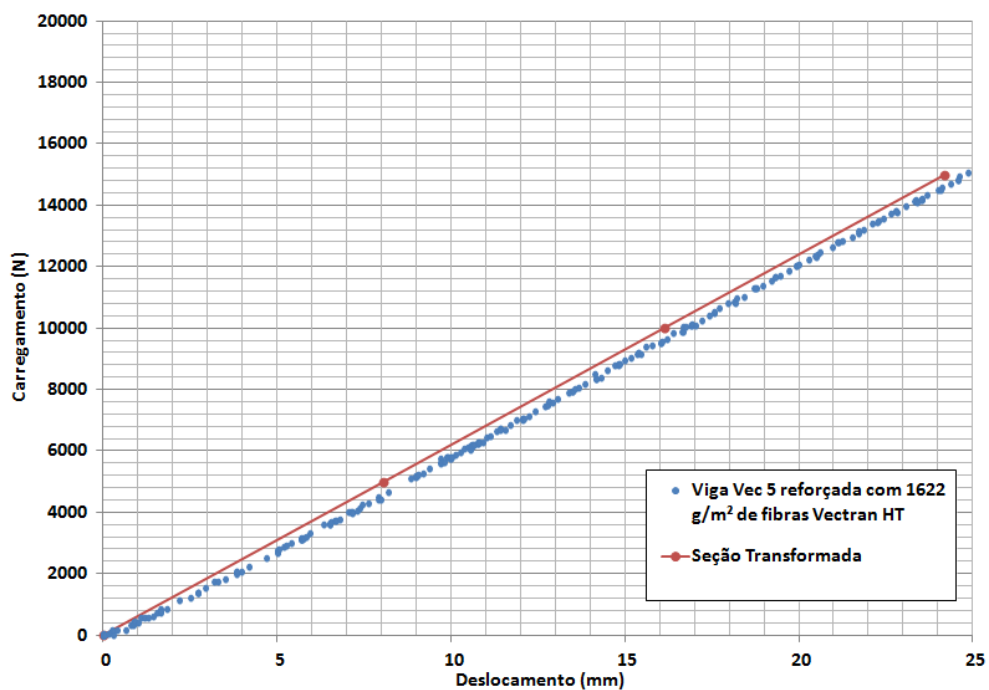


Figura 64 - curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 2433 g/m² de fibras Vectran.

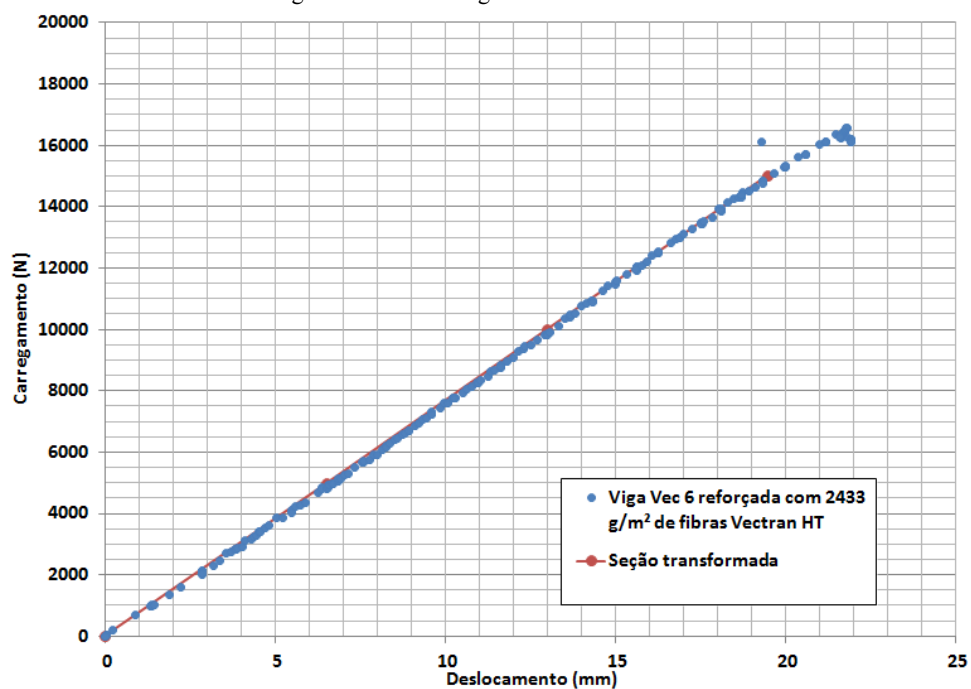


Figura 65 - curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga Sis 1 de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 2786 g/m² de fibras de Sisal.

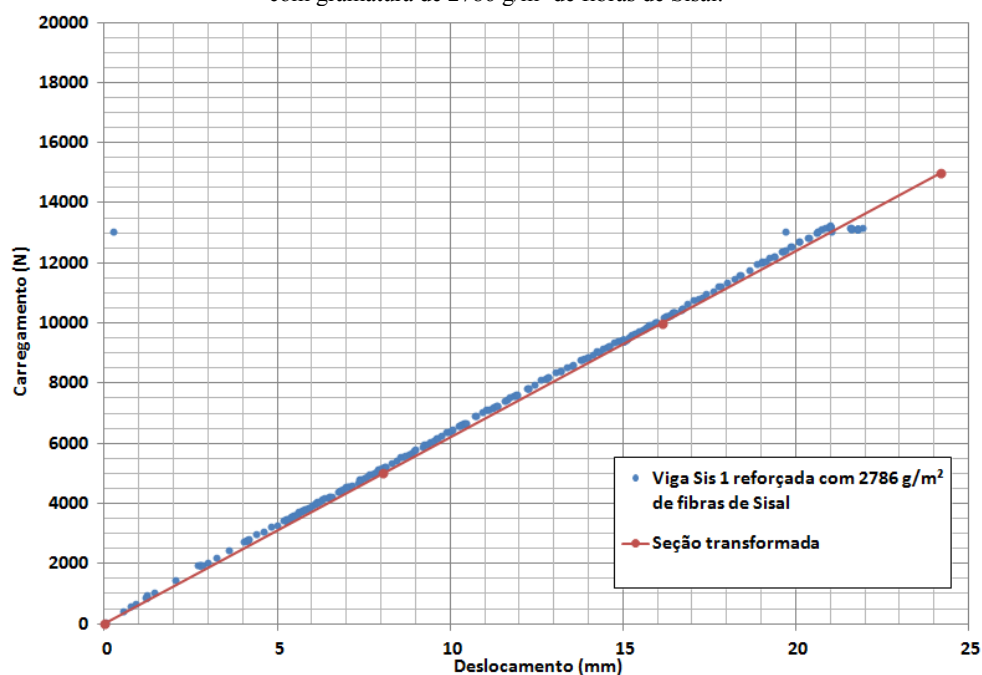


Figura 66 - curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga Sis 2 de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 2786 g/m² de fibras Sisal.

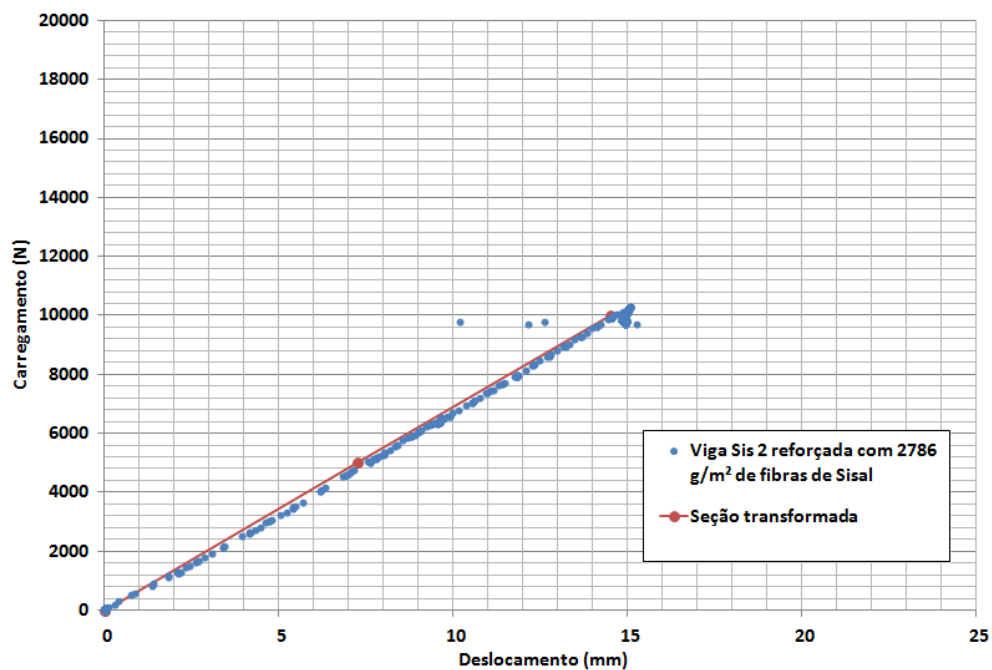


Figura 67 - curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga Cur 1 de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 505 g/m² de fibras Solta de Curauá.

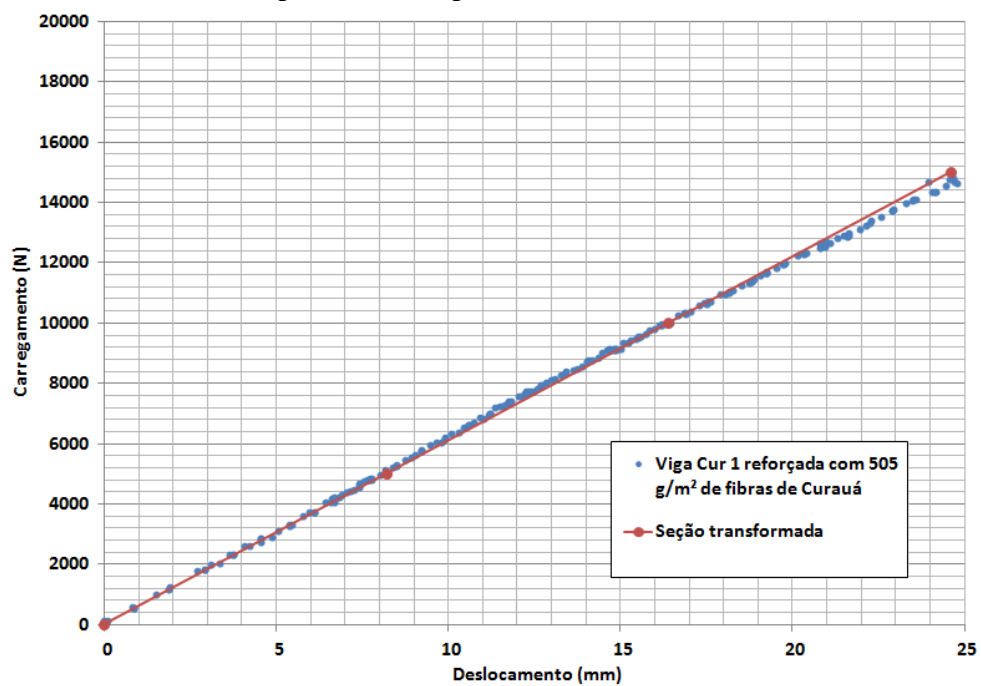


Figura 68 - curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga Cur 2 de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 505 g/m² de manta de Curauá.

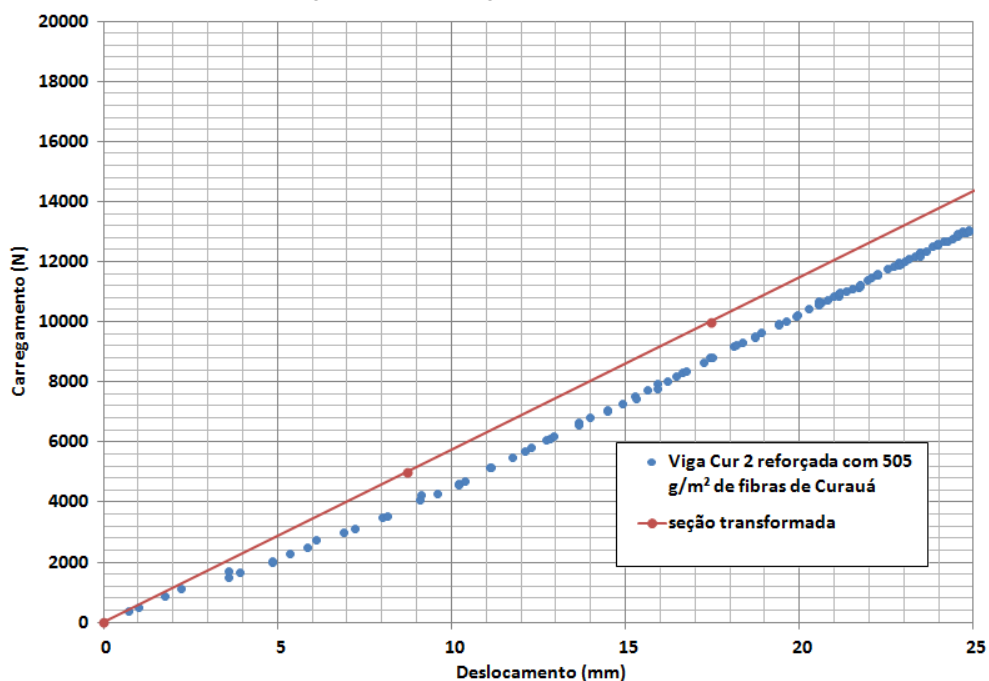
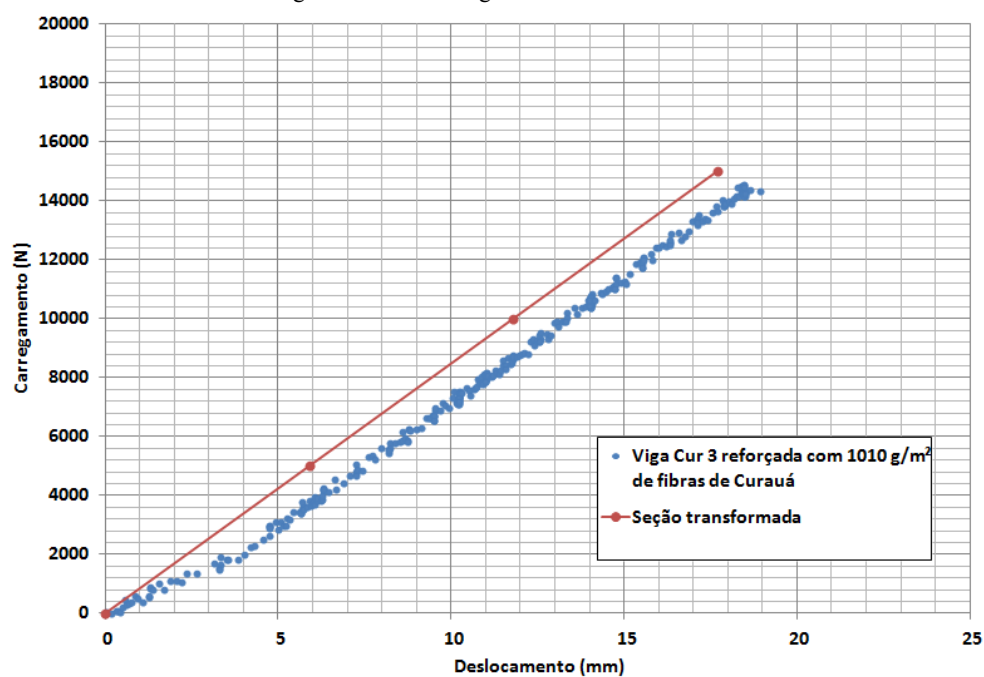


Figura 69 - curvas de correlação entre carregamento e deslocamento vertical no meio do vão, gerada a partir dos dados obtidos em laboratório e através do método da seção transformada para a viga Cur 3 de madeira laminada colada reforçada com gramatura de 1010 g/m² em cordões de Curauá.



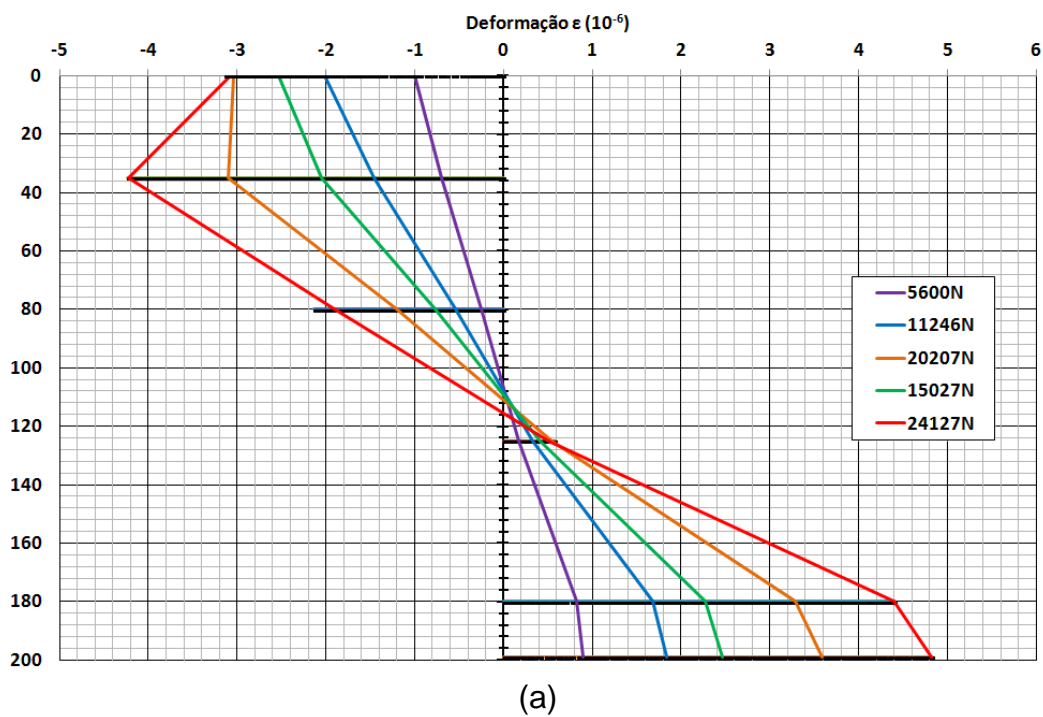
A utilização do método da seção transformada para o cálculo do deslocamento vertical se mostrou efetivo, como verificado por Fiorelli (2005), pois as curvas de carregamento por deslocamento, geradas com o módulo de elasticidade da madeira na flexão e com o módulo de elasticidade do compósito (fibra e resina), graficamente se mostraram convergir para os dados obtidos no laboratório. Os valores do módulo de elasticidade para cada reforço, bem como o módulo de elasticidade da viga de madeira laminada colada, encontram-se na Tabela 14.

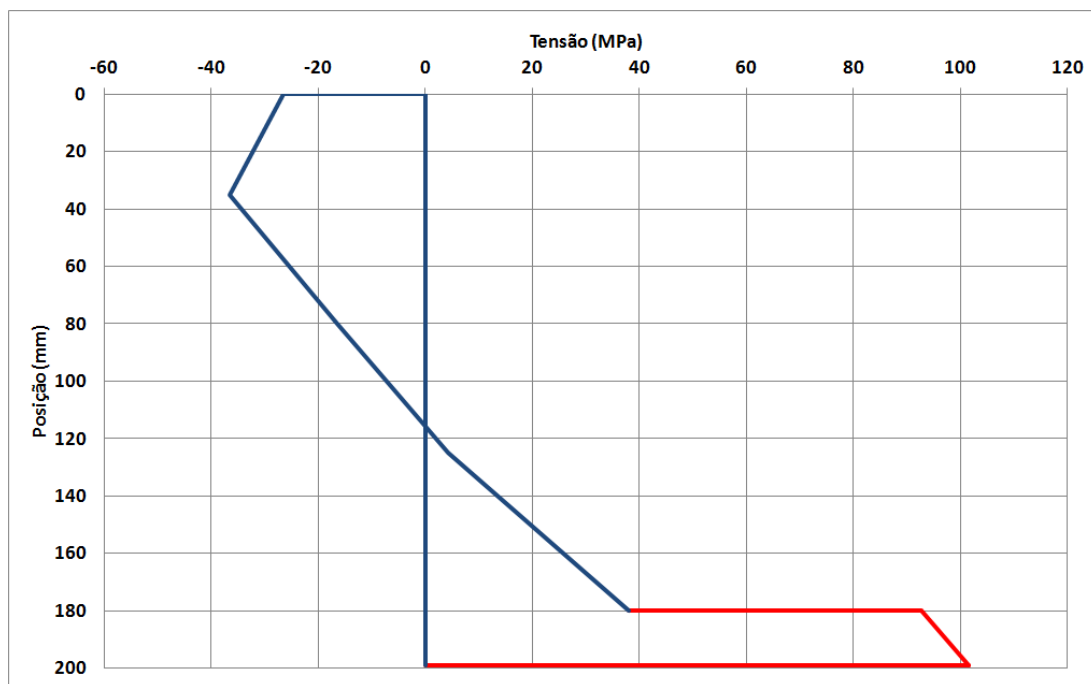
Tabela 14 – Dados das propriedades mecânicas das vigas de madeira laminada colada calculado com os ensaios de flexão sem reforço e dados do módulo de elasticidade do compósito de resina e fibra calculado com os dados do ensaio de flexão com reforço e o método da seção transformada.

Tipo de reforço	Altura da viga mm	Taxa Reforço %	Gramatura do reforço g/m ²	E Madeira MPa	E Compósito MPa
Vectran 4C	180	1,7	1632	11760	86373
Vectran 6C	180	3,3	2448	12073	30002
Vectran 8C	180	5,0	3264	8629	21084
Vectran	180	1,9	1622	9233	35674
Vectran	180	2,8	2433	10475	40168
Sisal	180	4,4	2786	10120	6270
Sisal	180	4,4	2786	10831	12165
Curauá	180	5,0	505	9055	11403
Curauá	180	1,7	505	9410	15292
Curauá	180	11,1	1010	13881	2905

Através dos módulos de elasticidade (Tabela 14) calculados anteriormente e através da lei de Hooke (Equação [7]), é possível construir os diagramas de tensões atuantes na seção transversal das vigas reforçadas partindo dos dados obtidos de deformação, obtidos em laboratório através dos extensômetros, apresentados em formas de diagramas (Figura 70 até Figura 79).

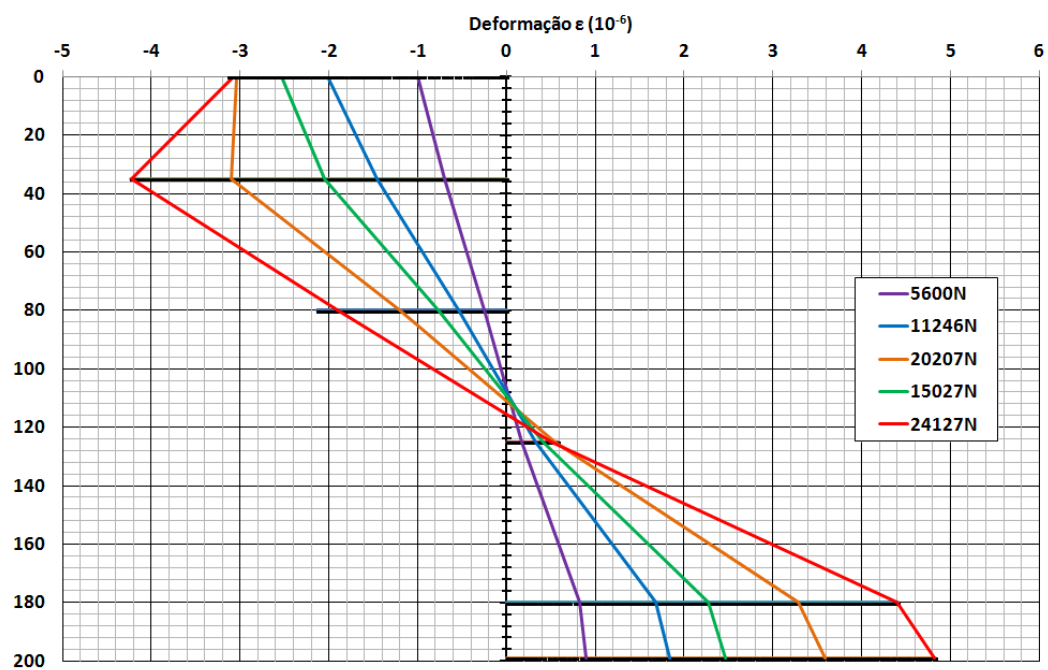
Figura 70 – Viga S2V5 de madeira laminada colada reforçada com 3264g/m² de fibras Vectran. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações última.



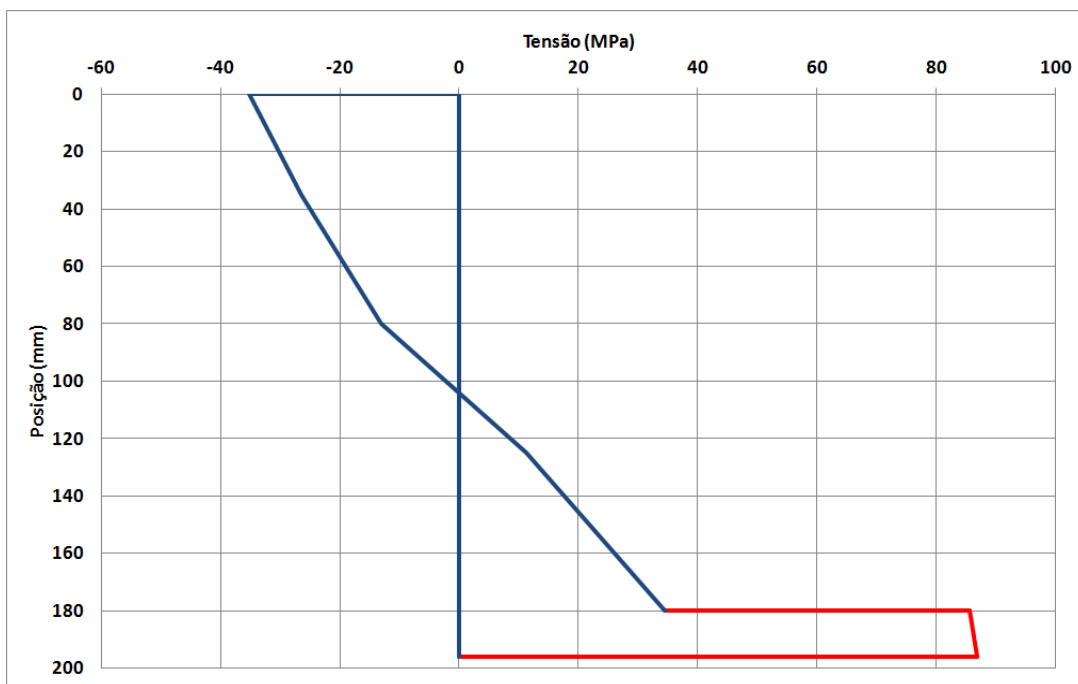


(b)

Figura 71 - Viga S2V1 de madeira laminada colada reforçada com 2448g/m² de fibras Vectran. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações última.

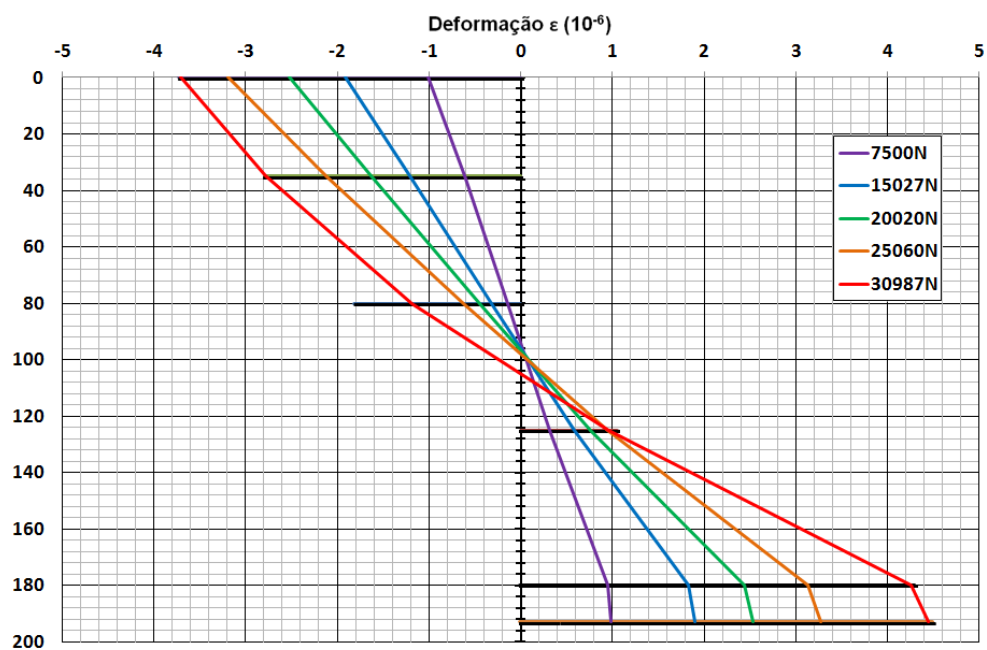


(a)

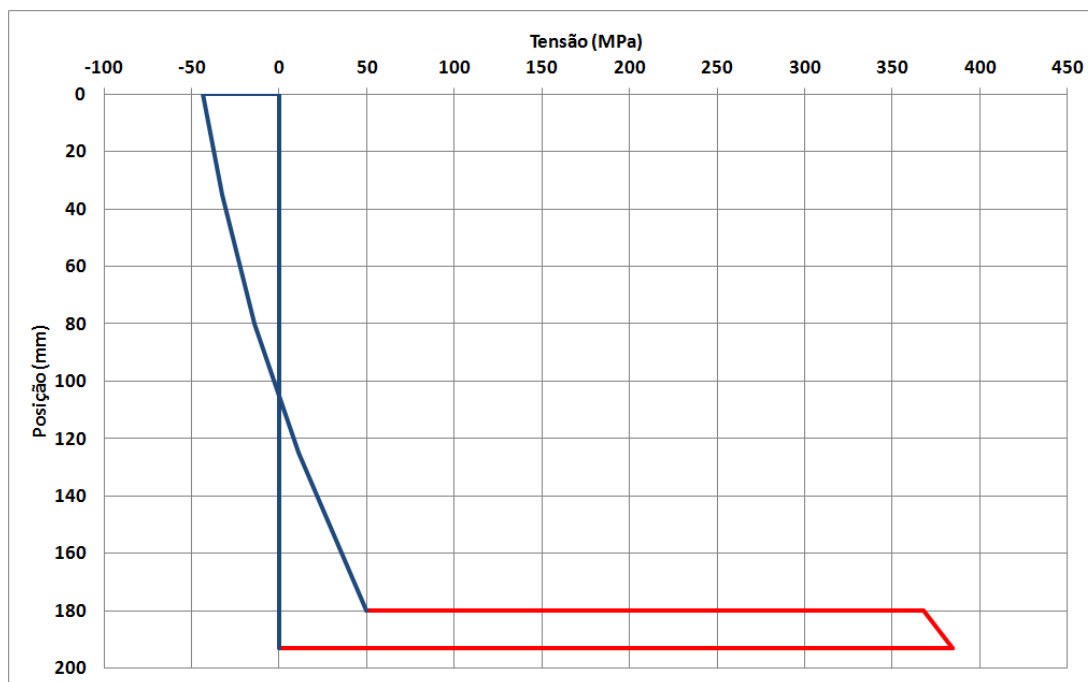


(b)

Figura 72 - Viga S2V2 de madeira laminada colada reforçada com 1632g/m² de fibras Vectran. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações do ultima.

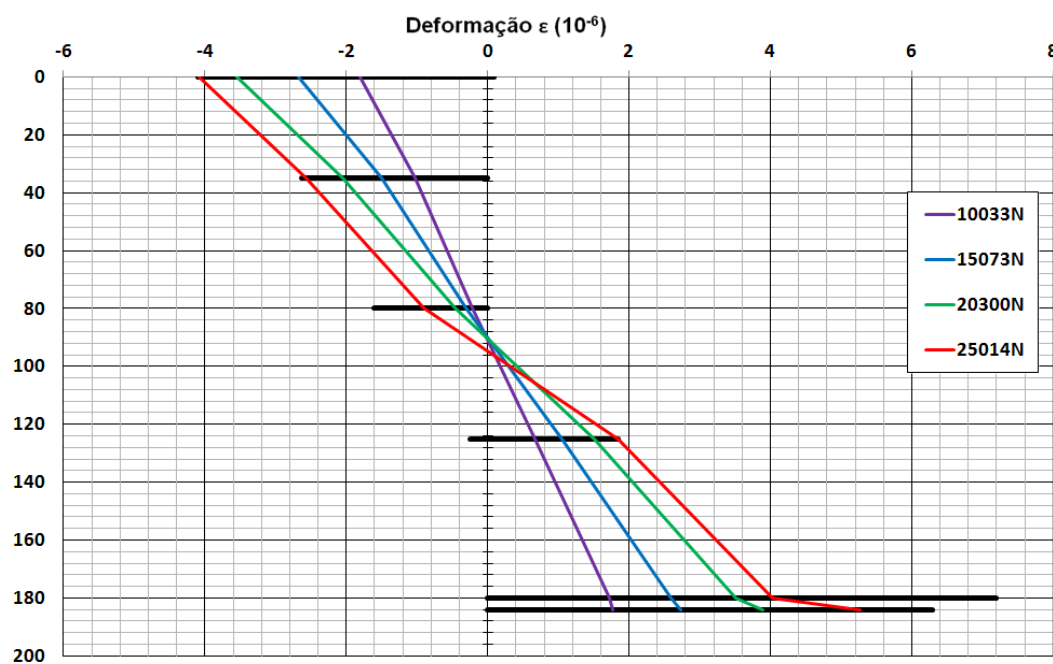


(a)

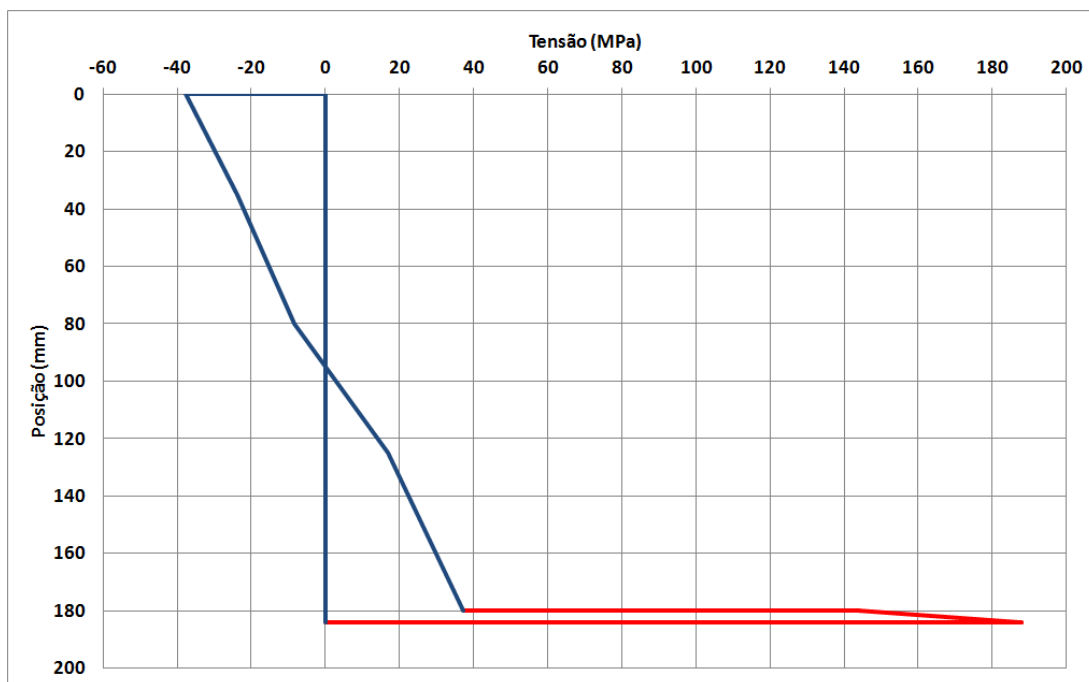


(b)

Figura 73 – Viga 3 de madeira laminada colada reforçada com 1622g/m² de fibras Vectran. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações.

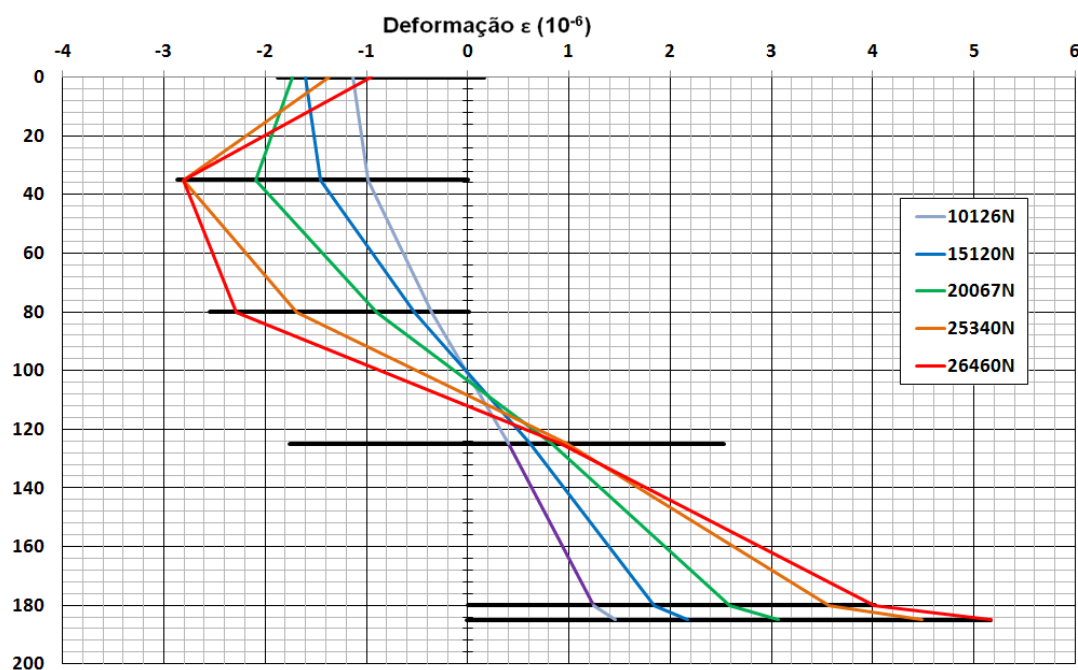


(a)

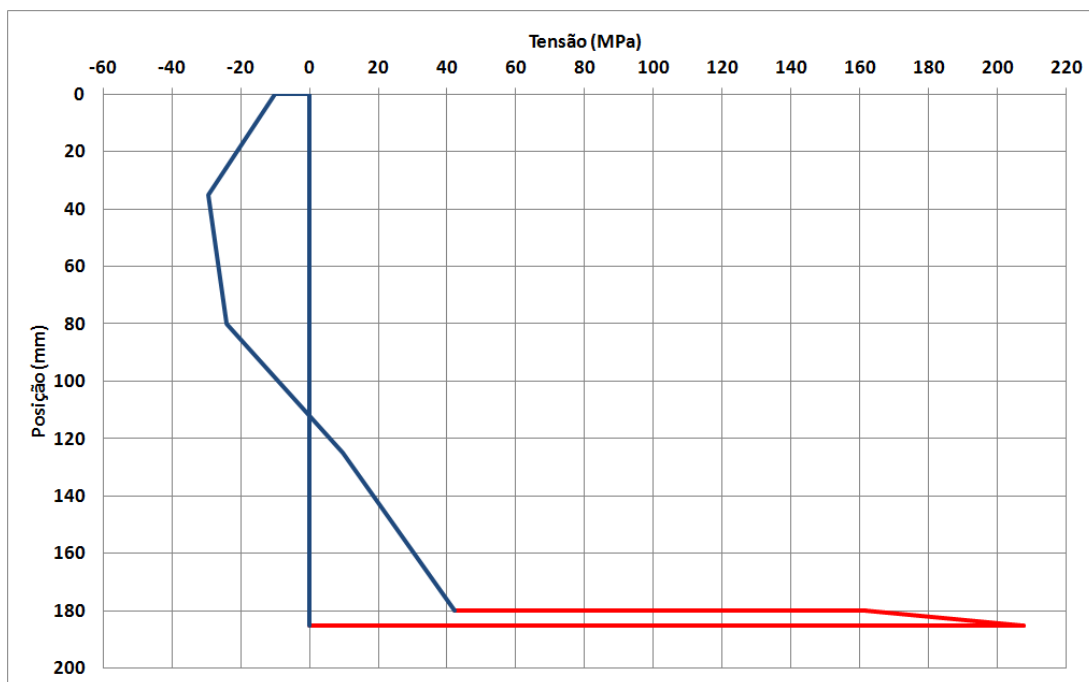


(b)

Figura 74 - Viga 7 de madeira laminada colada reforçada com 2433g/m² de fibras Vectran. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações.

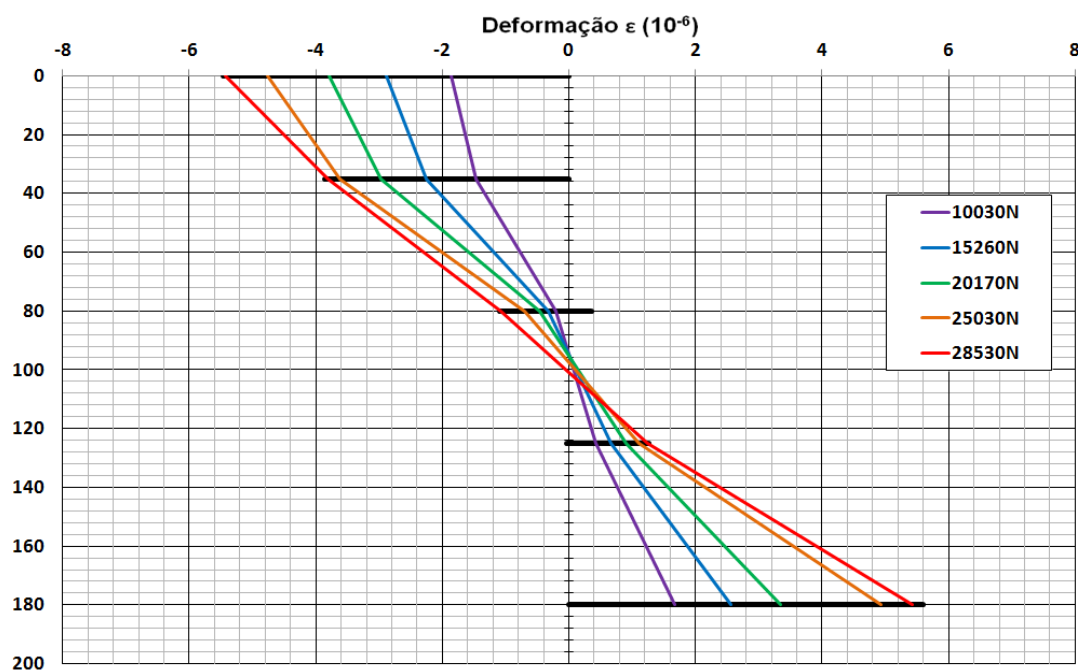


(a)

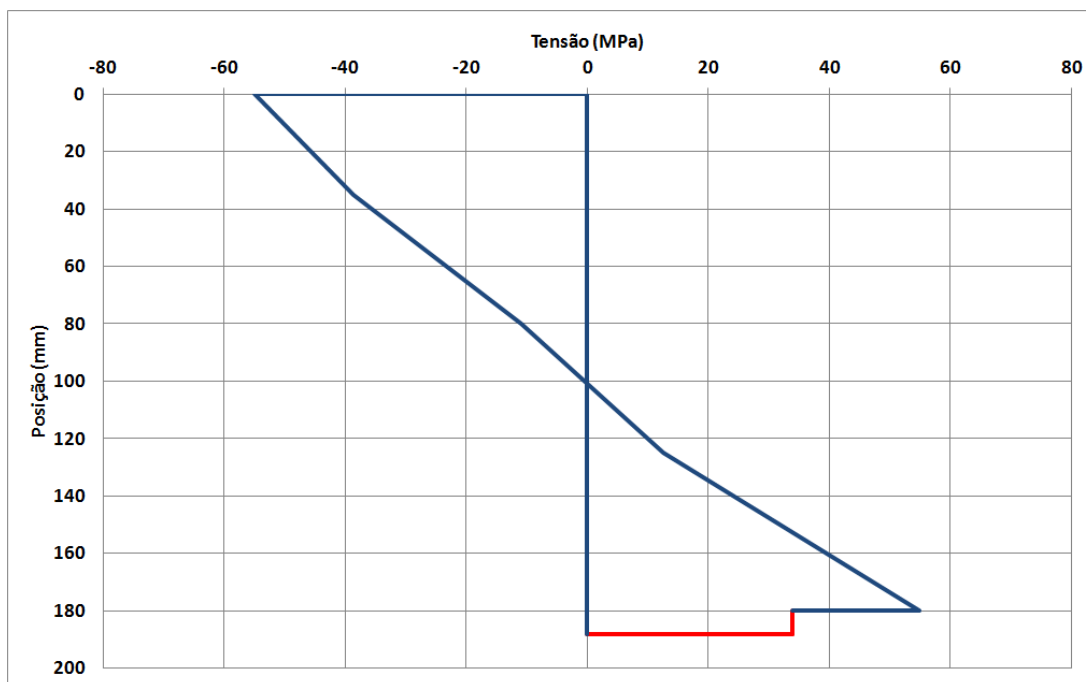


(b)

Figura 75 - Viga 2 de madeira laminada colada reforçada com 2786g/m² de fibras Sisal amostra 1. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações.

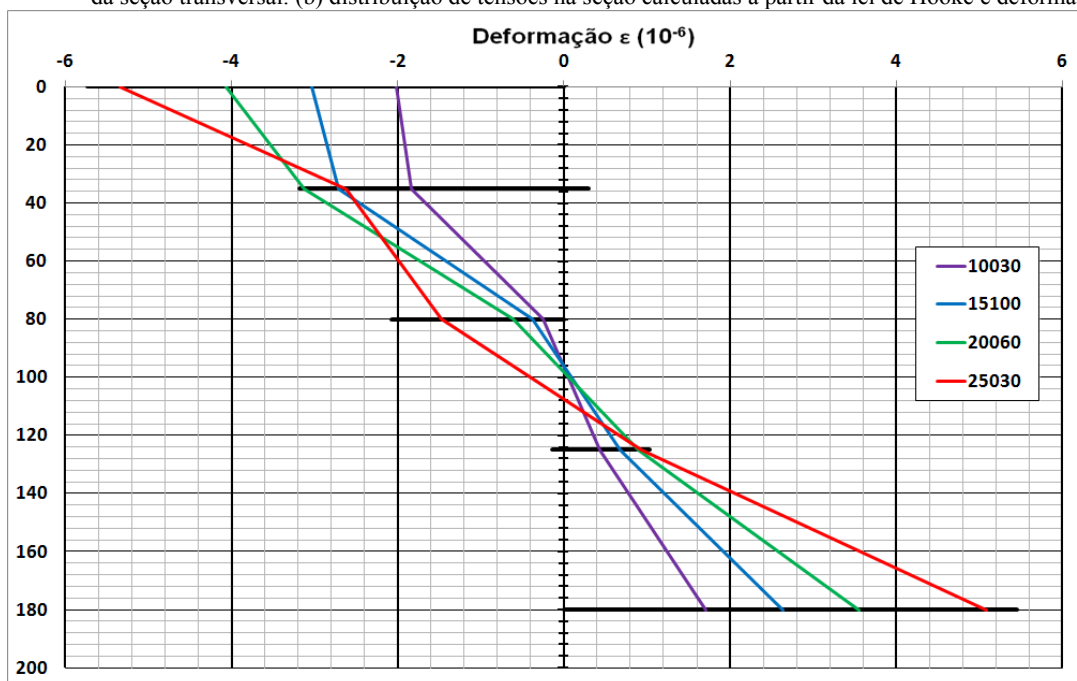


(a)

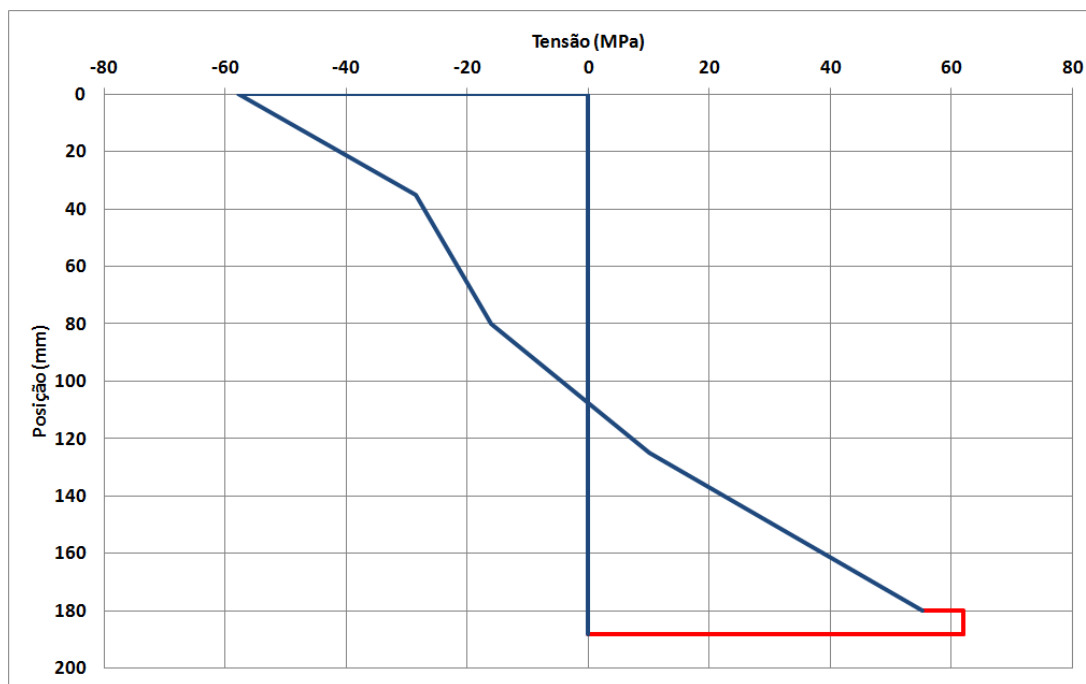


(b)

Figura 76 - Viga 5 de madeira laminada colada reforçada com 2786g/m² de fibras Sisal amostra 2. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações.

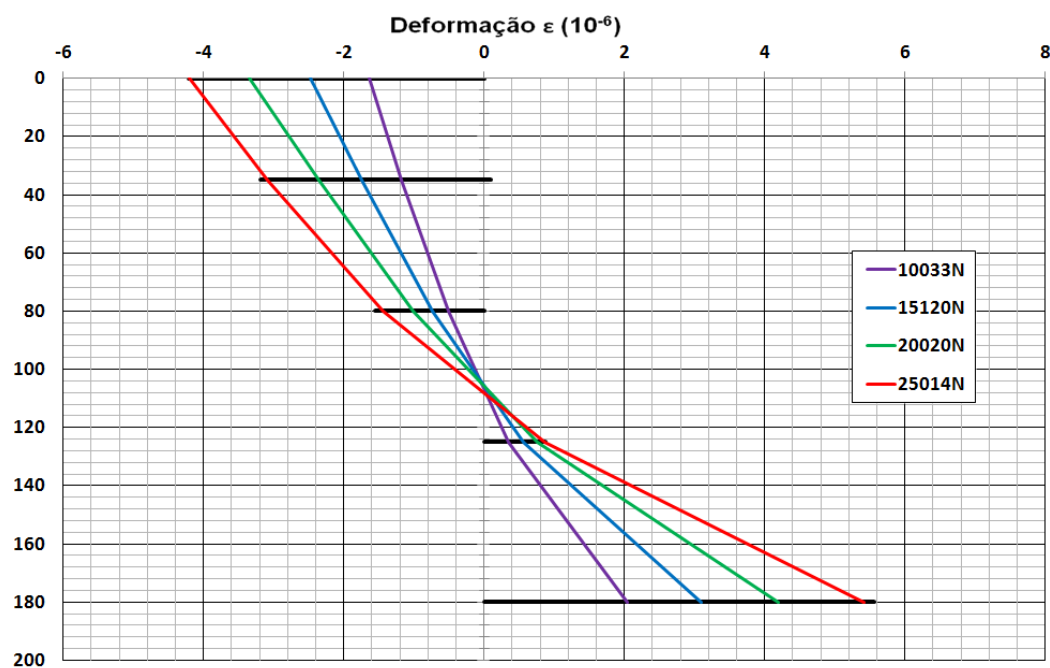


(a)

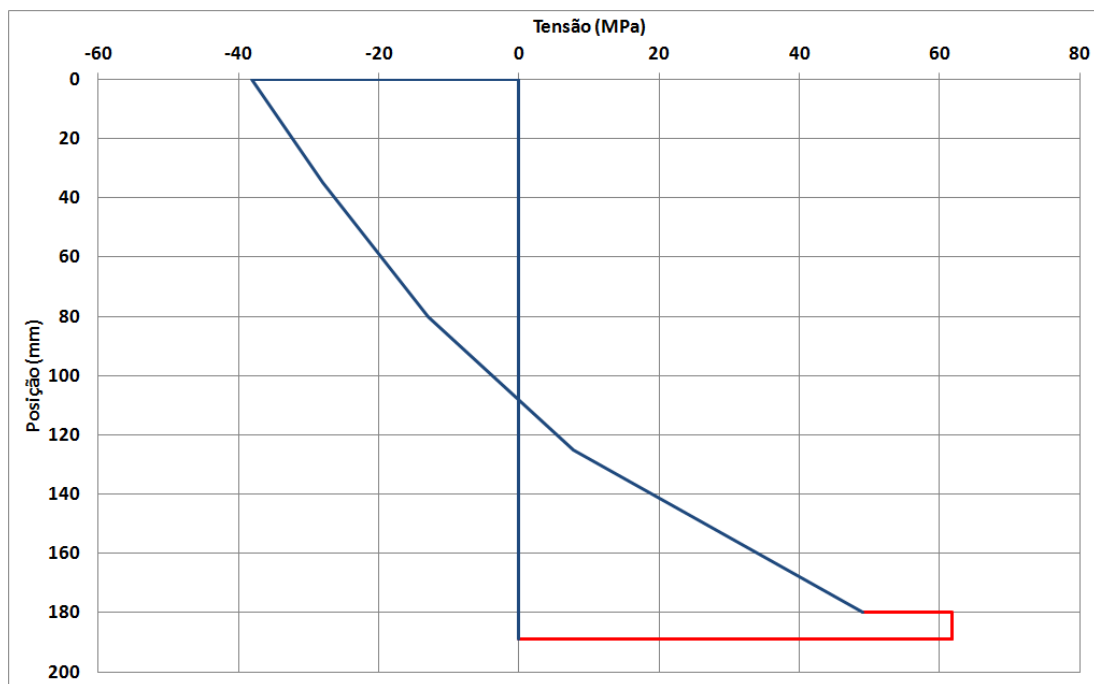


(b)

Figura 77 - Viga 4 de madeira laminada colada reforçada com 505g/m² de fibras Curauá. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações.

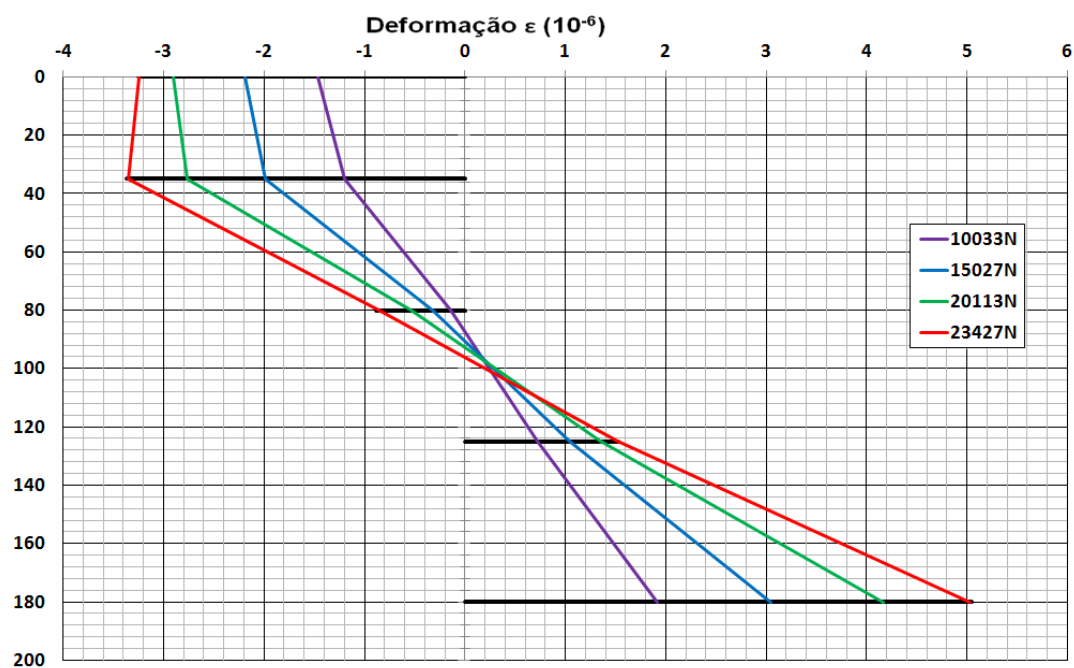


(a)

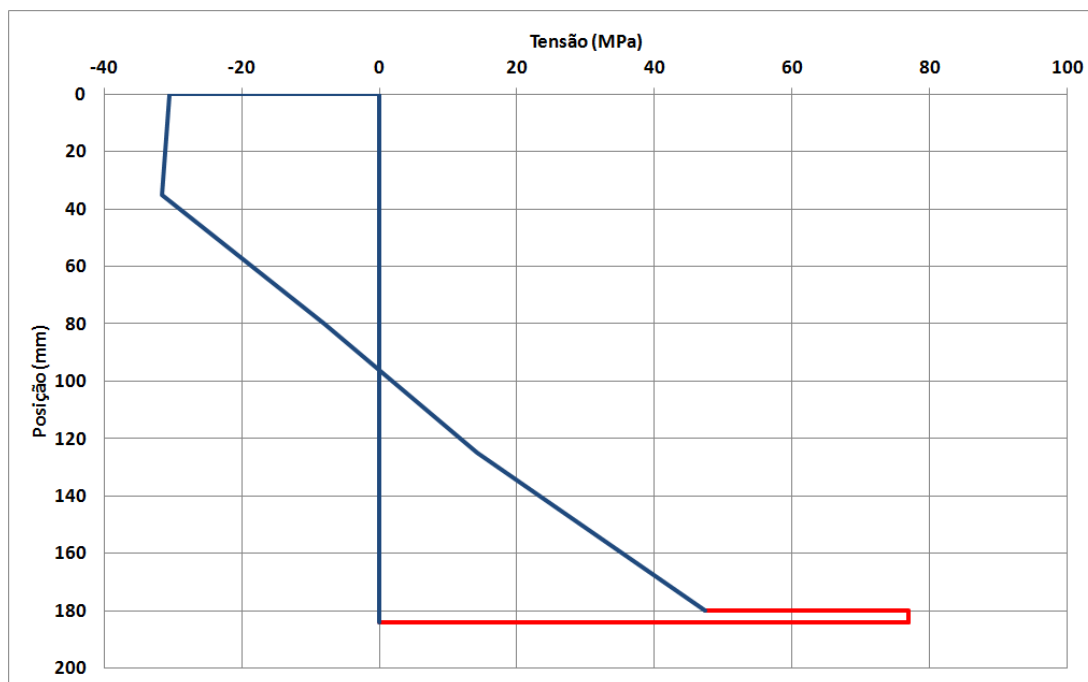


(b)

Figura 78 - Viga 6 de madeira laminada colada reforçada com 505g/m² de manta de Curauá. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações.

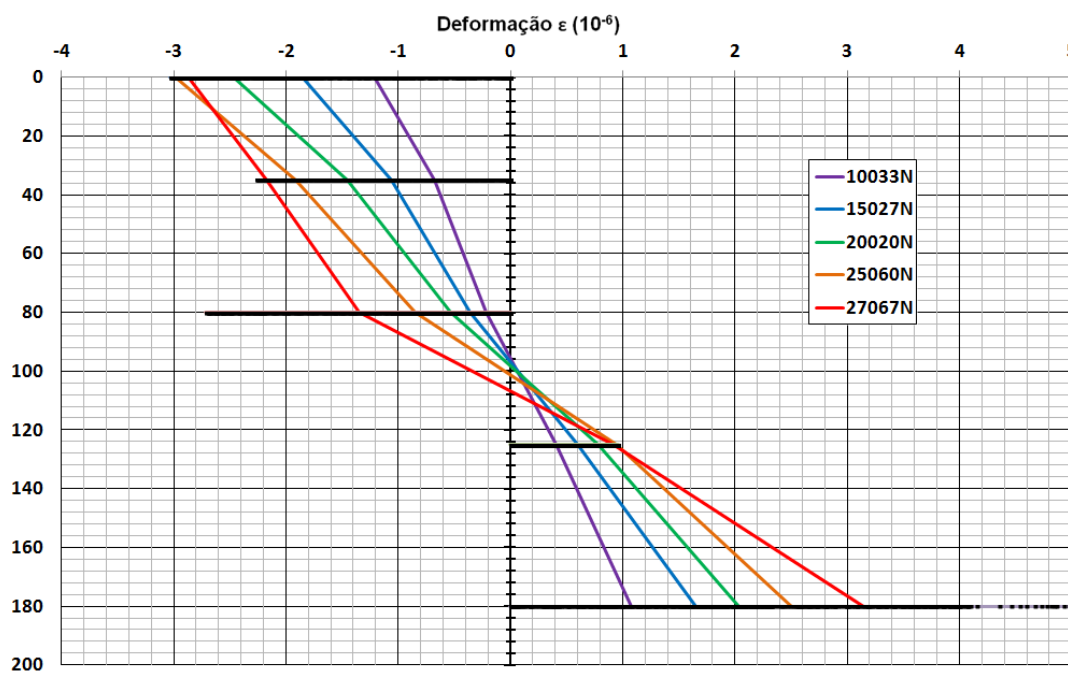


(a)

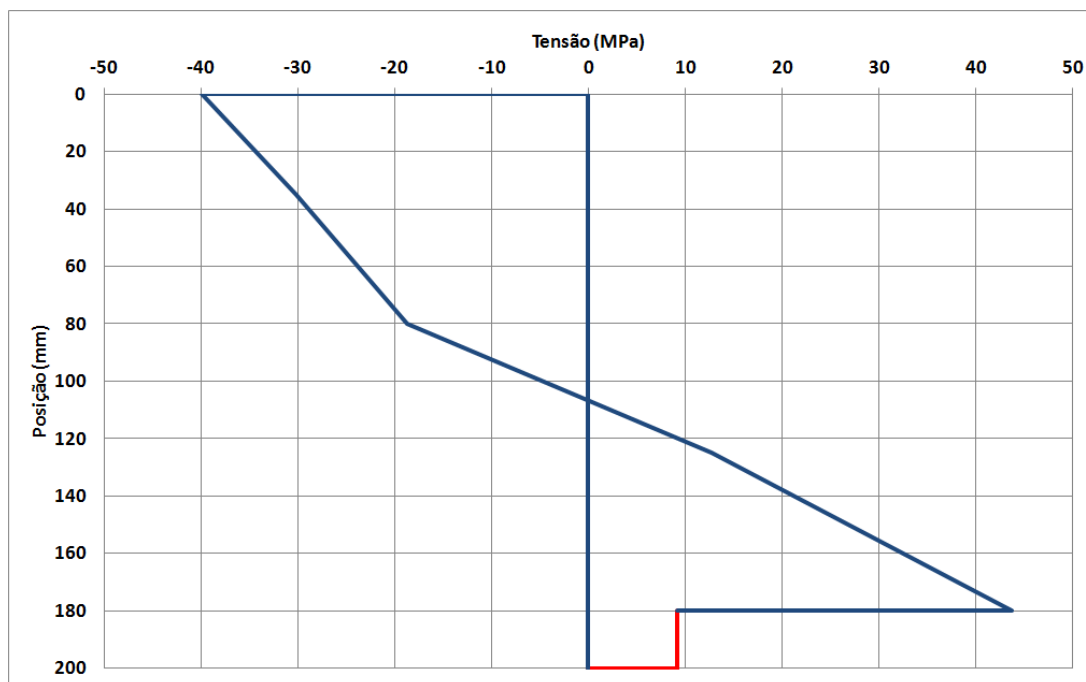


(b)

Figura 79 - Viga S2V4 de madeira laminada colada reforçada com 1010g/m² de Curauá em cordões. (a) deformações ao longo da seção transversal. (b) distribuição de tensões na seção calculadas a partir da lei de Hooke e deformações.



(a)



(b)

Através das figuras apresentando as tensões atuantes na seção e com a tabela apresentado o módulo de elasticidade do compósito, é possível notar que para as vigas reforçadas com cordões de Curauá e manta de sisal (Figura 79 e Figura 75) o módulo de elasticidade teórico do compósito ficou abaixo do esperado e menor que o módulo de elasticidade da viga e, conseqüentemente, menores tensões atuantes. Acontecimento indica que não ocorreu uma boa impregnação e aderência da resina com as fibras e a viga de madeira.

Os dados obtidos nas análises também indicam tensões atuantes inferiores às suportadas pelas fibras de Curauá (1034MPa, Tabela 4) e pelas fibras de Vectran (3500MPa, Tabela 7). Indicando que, apesar de melhora na rigidez da viga e nas rupturas das vigas, os materiais estão com suas propriedades sendo mal aproveitadas. O que possibilita que esse tipo de reforço seja aplicado de forma pré-tensionada a fim de se buscar um melhor aproveitamento de suas propriedades.

5. Conclusões

As fibras naturais de Sisal e Curauá bem como as fibras sintéticas de Vectran se mostraram, de modo geral, eficientes para aplicação como reforço por melhorar as propriedades de resistência e rigidez das vigas de madeira laminada colada.

Em particular, o uso das fibras de Curauá como reforço estrutural apresentou uma melhoria de rigidez de 8% até 22% da rigidez inicial da viga sem reforço. A aplicação da fibra também levou uma melhora na resistência da viga de 11% em relação às vigas de referência. O que indica que sua aplicação como reforço estrutural é válida para os casos onde as propriedades dos elementos a serem reforçados são próximas das propriedades da madeira de *Pinus Elliottii*.

Em relação à trabalhabilidade da fibra para aplicação como reforço estrutural a fibras soltas de Curauá se mostraram não adequadas por apresentarem uma dificuldade alta para se aplicar com resina e por ser difícil garantir uma gramatura homogênea de reforço.

Já a aplicação das fibras de Sisal como reforço estrutural apresentou uma melhoria de rigidez de 9% até 16% da rigidez inicial da viga sem reforço. A utilização da fibra também proporcionou um aumento de resistência da viga de 20%, em relação às vigas de referência. O que indica que sua aplicação como reforço estrutural é válida para os casos onde as propriedades dos elementos a serem reforçados são próximas das propriedades mecânicas da madeira de *Pinus Elliottii*, ou seja valores de módulo e resistência próximo dos utilizados neste trabalho.

No caso da aplicação das fibras de Vectran como reforço estrutural apresentou uma aumento de rigidez de 22% até 36% da rigidez inicial da viga sem reforço e também melhorou a resistência da viga em 23%, em relação às vigas de referência. Deste modo, observou-se que a aplicação destas fibras como reforço estrutural é válido para os casos onde as propriedades dos elementos a serem reforçados são próximas das propriedades da madeira de *Pinus Elliottii*.

Além disso, observa-se que as fibras de Curauá e de Vectran, por apresentarem baixas tensões na região reforçada, possibilitam utilizar o reforço pré-tensionado, trazendo um melhor aproveitamento de suas propriedades mecânicas.

Como conclusão geral deste trabalho pode-se constatar que para vigas de madeira laminada colada, em especial quando se utiliza espécies de madeira com valores baixos de propriedades mecânicas, a aplicação de reforços com fibras apresentam as vantagens de melhorar a resistência e rigidez sem alterar de forma substancial o peso próprio do elemento.

Neste contexto, tratou-se este estudo de um campo de pesquisa interessante, que visa buscar associações de materiais que formem compósitos para serem utilizados de modo eficiente como reforço estrutural, e ainda dentro de uma perspectiva de se aplicar de um modo efetivo materiais sustentáveis de construção.

5.1. Sugestões de trabalhos futuros

- Avaliar as propriedades mecânicas de vigas de madeira tropical reforçadas com fibras Vectran.
- Avaliar a adesividade do reforço com fibras naturais utilizando resinas à base de poliacetato de vinila (PVA) e poliuretano (PU).
- Avaliar o desempenho mecânico de vigas de madeira laminada colada reforçada com fibras Vectran pré-tensionadas coladas nas vigas na região tracionada, vigas de madeira protendida.

6. Referências

- AGARWAL, B. D.; BROUTMAN, L. J. **Analysis and performance of fiber composites**. EUA: John Wiley & Sons, Inc, 1990, e.2, 449 p.
- AGOPYAN, V.; SAVASTANO JR., H. Fibras vegetais como material de construção. In: **Materiais de construção civil e princípios de ciência e engenharia de materiais**. São Paulo: IBRACON, 2007, v.2, p. 1539-1558.
- AMERICAN INSTITUTE OF TIMBER CONSTRUCTION (AITC). **Laminated timber architecture**. Centennial, CO, 2007. p.16. Disponível em: < <http://www.aitc-glulam.org> >. Acesso em: 28 de mar. de 2014.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM D2256. **Standard test method for tensile properties of yarns by the single-strand method**. 12p. 2002.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 10591. **Materiais têxteis - Determinação da gramatura de superfícies têxteis**. 4P. 2008
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 14724. **Informação e documentação - Trabalhos acadêmicos – Apresentação**. 11 p. 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 7190. **Projeto de estruturas de madeira**. 107P. 1997.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PRODUTORES DE FLORESTAS PLANTADAS (ABRAF). **Anuário estatístico ABRAF 2013**. Brasília: 2013. 146p.
- BALSEIRO, A. M. R. **Reforço e reabilitação de vigas de madeira por pré-esforço com laminados FRP**. Dissertação (mestrado). Reabilitação do patrimônio edificado. Faculdade de engenharia da universidade do Porto. Porto - PT, 2007, 144p.
- BECHTOLD, I. H. Cristais líquidos: Um sistema complexo de simples aplicação. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 3, p. 333-342, 2005.
- BERTOLINE, C. A. A., et al. Analysis of fiber reinforced laminated timber beams. **Key Engineering Materials**, V. 668, P. 100-109, 2016.
- BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of Wood and Wood Composites**. Malabar, FL:Krieger Publishing Company, 1993. 712 p.
- BRASIL. Conselho Nacional Do Meio Ambiente (CONAMA). Resolução nº406 de 02 de fevereiro de 2009. **Diário Oficial da União**, Brasília, 06 de fevereiro de 2009. 100 p.
- CALIL JUNIOR, C.; LAHR, F.A.R.; BRAZOLIN, S. Madeiras na Construção Civil. In: **Materiais de construção civil e princípios de ciência e engenharia de materiais**. São Paulo: IBRACON, 2007, v.2, p. 1149-1179.
- CHANDRASEKHAR, S. **Liquid Crystals**. Cambridge University Press, 1992, 460 p.

CUNHA, J.; SOUZA JUNIOR, D. A. **Avaliação estrutural de peças de madeira reforçadas por fibras de carbono**. Engenharia Civil UM (Braga), 2004, n.20, p. 71-81.

CUPERTINO, L. F. **Modelagem do módulo de young em nanocompósitos através de inteligência computacional**. Dissertação (Mestrado) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-RIO. Rio de Janeiro, 2009, 82p.

Davis, G. The performance of adhesive systems for structural timber. Jounal Adhesion and adhesives. Journal of adhesion and adhesives, V. 17, N. 3, P. 247-255, 1997.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA (EMBRAPA). **Circular Técnica 123**: Cultivo do sisal no nordeste Brasileiro. Campina Grande- PB, 2008, 24p.

FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION (FHWA). **National Bridge Inventory (NBI): Material Type of Structure by State**, 2014. Disponível em: <<http://www.fhwa.dot.gov/bridge/material.cfm>> Acesso em: 19 de mai. 2015.

FIORELLI, J. **Utilização de fibras de carbono e de fibras de vidro para reforço de vigas de madeira**. Dissertação (mestrado). Ciência e engenharia dos materiais – USP. São Carlos, 2002. 168p.

FIORELLI, J. **Estudo teórico e experimental de vigas de madeira laminada colada reforçadas com fibras de vidro**. Tese (doutorado). Ciência e engenharia dos materiais – USP. São Carlos, 2005. 108p.

FIORELLI, J.; DIAS, A. A. Avaliação do comportamento da madeira na compressão paralela às fibras e sua influência na resistência de vigas de MLC reforçadas com PRF. **Revista Madeira Arquitetura e Engenharia**, 2005, n. 16.

GIBSON, R. F. **Principles of composite Material mechanics**. Boca Raton, FL: CRC Press, 2011, e.3, 683p.

JESUS, H. J. M. Estudo do adesivo poliuretano à base de mamona em madeira laminada colada (MLC). Dissertação (doutorado). Escola de engenharia de São Carlos. USP. São Carlos, 2000.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. Pearson Prentice Hall: São Paulo, 2004, e.5, 674p.

KURARAY AMERICA, INC. **Vectran®: Graps the world of tomorrow – Liquid Crystal technology**: Catálogo. Fort Mill, 24p. 2010.

LEVY NETO, F.; PARDINI, L. C. **Compósitos estruturais: Ciência e tecnologia**. São Paulo: Edgar Blücher, 2006. 313 p.

MACHADO, A. P.; VIAPOL. **Manual de reforço das estruturas de concreto armada com fibras de carbono**. 118p. Disponível em: <<http://www.viapol.com.br/arquivo/502b74be2cb4106762dbc2d1ab73fe15.pdf>> Acesso em: out. 2014.

MARINELLI, A. L. ET. AL. Desenvolvimento de compósitos poliméricos com fibras vegetais naturais da Biodiversidade: Uma contribuição para a sustentabilidade Amazônica. **Polímeros: Ciência e Tecnologia**, 2008, v. 18, n. 2, p.92-99.

MASCIA, N. T.; FURLANI, J. E.; VANALLI, L. Mechanical analysis of sisal fibers to use as a reinforced material in wood beams. **Journal of Civil Engineering and Architecture**, 2010, v.4, n.12, p.61-67.

MENDONÇA, P. T. R. **Materiais compostos e estruturas sanduíche: Projeto e análise**. Barueri: Manole, 2005. 632p.

MIOTTO, J. L.; DIAS, A. A. Reforço e recuperação de estruturas de madeira. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, Londrina, v. 27, n. 2, p. 163-174, 2006.

MONTEIRO, S. N. AQUINO, R. C. M. P. LOPES, F. P. D. Performance of curaua fibers in pullout tests. **Journal of materials science**, v.43, n.2, p. 489-493, 2008.

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION (NASA). **Mars Exploration Rovers**. 2003. Disponível em: <http://mars.jpl.nasa.gov/mer/mission/tl_entry1.html>. Acessado em: out. 2014.

PHARES, B. M. **Evaluation of a timber bridge for the secondary road system using FRP-reinforced glulam girders**. Forest Product Laboratory: Demonstration in progress. 2010. Disponível em: <http://www.fpl.fs.fed.us/products/publications/specific_pub.php?posting_id=17955&header_id=p>. Acesso em: fev. 2014.

RITTER, M. A. **Timber Bridges: Design, Construction, Inspection, and Maintenance**. Washington, DC: U.S. Government Printing Office, 1990. 944p.

SCHWEITZER, R. Cultural dimensions: Wood as a building material – from the beginning to the 19th century. In: **Timber construction manual**. Birkhäuser - Germany: Publishers for Architecture, 2004, p. 24-29.

SILVA FILHO, L. C. P.; GARCEZ, M. R. Compósitos de engenharia de matriz polimérica. In: **Materiais de construção civil e princípios de ciência e engenharia de materiais**. São Paulo: IBRACON, 2007, v.2, p. 1423-1464.

SILVA JUNIOR, O. G. **Produção e Caracterização de compósitos à base de fibra de Curauá, Amido termoplástico e polietileno, utilizando-se a termografia**. Dissertação (Mestrado em Design) – Escola de Design, Universidade de Minas Gerais, Belo Horizonte, 129p. 2013.

SILVA, R. V. AQUINO, R. M. F. Curaua fiber: a new alternative to polymeric composites. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v.27. p.103-112, 2008. Disponível em: <<http://jrp.sagepub.com/content/27/1/103>>. Acessado em: jul. 2014.

SPINACÉ, M. A. S. ET AL. Poliolefinas reforçadas com fibras vegetais curtas: Sisal vs. Curauá. **Polímeros**, vol. 21, n. 3, p.168-174, 2011.

TOMCZAK, F. **Estudos sobre a estrutura e propriedades de fibras de coco e curauá do Brasil**. Tese (Doutorado em engenharia e ciência dos materiais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 135p. 2010.

TRAUTWEIN, L . M. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise experimental e numérica**. Tese (doutorado). Escola politécnica da Universidade de São Paulo. 277p. 2006.

VOLZ, M. Fundamental: The Material. In: **Timber construction manual**. Birkhäuser - Germany: Publishers for Architecture, p. 31-46, 2004.

WEGENER, G.; ZIMMER, B. Fundamental: Building with wood is building for the future. In: **Timber construction manual**. Birkhäuser – Germany: Publishers for Architecture. p. 47-53, 2004.

APENDICE A

Linha de programação utilizada no programa Mathcad 15.0 para o cálculo, através do método da seção transformada, dos deslocamentos teóricos esperados para as vigas reforçadas.

Considerações:

ρ_{cu} – densidade média das fibras de Curauá;

E_{cu} - módlo de elasticidade média das fibras de Curauá;

ρ_{si} – densidade média das fibras de Sisal;

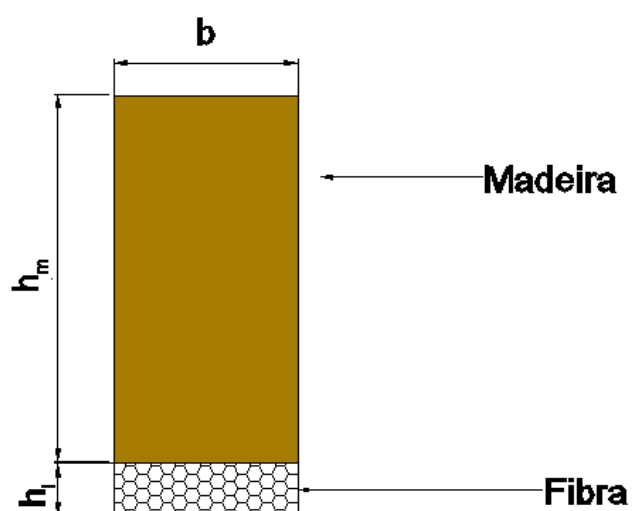
E_{si} - módlo de elasticidade média das fibras de Sisal;

ρ_{vec} – densidade média das fibras de Vectran;

E_{vec} - módlo de elasticidade média das fibras de Vectran;

gr_i - gramatura de fibra aplicada como reforço;

Fibra	Curauá		Sisal	Vectran				
i	1	2	3	4	5	6	7	8



Dados das fibras utilizadas como reforço

Curaua -----	$\rho_{cu} := 1100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$E_{cu} := 30\text{GPa}$	$gr_1 := 505 \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$
			$gr_2 := 1010 \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$
Sisal -----	$\rho_{si} := 1588 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$E_{si} := 15.2\text{GPa}$	$gr_3 := 2786 \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$
Vectran -----	$\rho_{vec} := 1400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$E_{vec} := 75\text{GPa}$	$gr_4 := 1632 \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$
			$gr_5 := 2448 \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$
			$gr_6 := 3264 \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$
			$gr_7 := 1622 \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$
			$gr_8 := 2433 \frac{\text{gm}}{\text{m}^2}$

Dados da madeira Pinus Elliottii e da viga

$$b := 53\text{mm} \quad h_m := 180\text{mm} \quad E_m := 11889\text{MPa} \quad L_t := 2.8\text{m}$$

Cálculo pela seção transformada

$$n_1 := \frac{E_{cu}}{E_m} = 2.5 \quad n_2 := \frac{E_{si}}{E_m} = 1.3 \quad n_3 := \frac{E_{vec}}{E_m} = 6.3$$

$$m_1 := gr_1 \cdot b \cdot L_t = 74.9 \cdot \text{gm} \quad m_5 := gr_5 \cdot b \cdot L_t = 363.3 \cdot \text{gm}$$

$$m_2 := gr_2 \cdot b \cdot L_t = 149.9 \cdot \text{gm} \quad m_6 := gr_6 \cdot b \cdot L_t = 484.4 \cdot \text{gm}$$

$$m_3 := gr_3 \cdot b \cdot L_t = 413.4 \cdot \text{gm} \quad m_7 := gr_7 \cdot b \cdot L_t = 240.7 \cdot \text{gm}$$

$$m_4 := gr_4 \cdot b \cdot L_t = 242.2 \cdot \text{gm} \quad m_8 := gr_8 \cdot b \cdot L_t = 361.1 \cdot \text{gm}$$

$$h_1 := \frac{m_1}{\rho_{cu} \cdot L_t \cdot b} = 0.5 \cdot \text{mm} \quad h_5 := \frac{m_5}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 1.7 \cdot \text{mm}$$

$$h_2 := \frac{m_2}{\rho_{cu} \cdot L_t \cdot b} = 0.9 \cdot \text{mm} \quad h_6 := \frac{m_6}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 2.3 \cdot \text{mm}$$

$$h_3 := \frac{m_3}{\rho_{si} \cdot L_t \cdot b} = 1.8 \cdot \text{mm} \quad h_7 := \frac{m_7}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 1.2 \cdot \text{mm}$$

$$h_4 := \frac{m_4}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 1.2 \cdot \text{mm} \quad h_8 := \frac{m_8}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 1.7 \cdot \text{mm}$$

$$y_{cg1} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_1 \cdot b \cdot h_1 \cdot \left(h_m + \frac{h_1}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_1 \cdot b \cdot h_1} = 90.6 \cdot \text{mm} \quad y_{cg5} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_5 \cdot \left(h_m + \frac{h_5}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_5} = 95.2 \cdot \text{mm}$$

$$y_{cg2} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_1 \cdot b \cdot h_2 \cdot \left(h_m + \frac{h_2}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_1 \cdot b \cdot h_2} = 91.1 \cdot \text{mm} \quad y_{cg6} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_6 \cdot \left(h_m + \frac{h_6}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_6} = 96.9 \cdot \text{mm}$$

$$y_{cg3} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_2 \cdot b \cdot h_3 \cdot \left(h_m + \frac{h_3}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_2 \cdot b \cdot h_3} = 91.1 \cdot \text{mm} \quad y_{cg7} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_7 \cdot \left(h_m + \frac{h_7}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_7} = 93.5 \cdot \text{mm}$$

$$y_{cg4} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_4 \cdot \left(h_m + \frac{h_4}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_4} = 93.6 \cdot \text{mm} \quad y_{cg8} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_8 \cdot \left(h_m + \frac{h_8}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_8} = 95.2 \cdot \text{mm}$$

$$I_{t1} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg1} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_1 \cdot b \cdot h_1^3}{12} + n_1 \cdot b \cdot h_1 \cdot \left(h_m + \frac{h_1}{2} - y_{cg1}\right)^2 = 26254664.2 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t2} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg2} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_1 \cdot b \cdot h_2^3}{12} + n_1 \cdot b \cdot h_2 \cdot \left(h_m + \frac{h_2}{2} - y_{cg2}\right)^2 = 26750051.7 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t3} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg3} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_2 \cdot b \cdot h_3^3}{12} + n_2 \cdot b \cdot h_3 \cdot \left(h_m + \frac{h_3}{2} - y_{cg3}\right)^2 = 26727728.1 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t4} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg4} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_4^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_4 \cdot \left(h_m + \frac{h_4}{2} - y_{cg4}\right)^2 = 28830503.2 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t5} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg5} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_5^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_5 \cdot \left(h_m + \frac{h_5}{2} - y_{cg5}\right)^2 = 30307262.3 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t6} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg6} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_6^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_6 \cdot \left(h_m + \frac{h_6}{2} - y_{cg6}\right)^2 = 31747526.4 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t7} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg7} - \frac{h_m}{2} \right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_7^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_7 \cdot \left(h_m + \frac{h_7}{2} - y_{cg7} \right)^2 = 28812169.8 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t8} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg8} - \frac{h_m}{2} \right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_8^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_8 \cdot \left(h_m + \frac{h_8}{2} - y_{cg8} \right)^2 = 30280452.1 \cdot \text{mm}^4$$

Cálculo dos deslocamentos verticais no meio do vão das vigas

$$P := 0\text{N}, 4000\text{N} \dots 28000\text{N} \quad L_v := 2800\text{mm}$$

$$\delta_1(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t1}}$$

$$\delta_1(P) =$$

0
5.9
11.7
17.6
23.4
29.3
35.2
41

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_2(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t2}}$$

$$\delta_2(P) =$$

0
5.8
11.5
17.3
23
28.8
34.5
40.3

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_3(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t3}}$$

$$\delta_3(P) =$$

0
5.8
11.5
17.3
23
28.8
34.5
40.3

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_4(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t4}}$$

$$\delta_4(P) =$$

0
5.3
10.7
16
21.3
26.7
32
37.4

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_5(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t5}}$$

$$\delta_5(P) =$$

0
5.1
10.2
15.2
20.3
25.4
30.5
35.5

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_6(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t6}}$$

$$\delta_6(P) =$$

0
4.8
9.7
14.5
19.4
24.2
29.1
33.9

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_7(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t7}}$$

$$\delta_7(P) =$$

0
5.3
10.7
16
21.4
26.7
32
37.4

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_8(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t8}}$$

$$\delta_8(P) =$$

0
5.1
10.2
15.2
20.3
25.4
30.5
35.6

$$\cdot \text{mm}$$

Apêndice B

Linha de programação utilizada no programa Mathcad 15.0 para determinar o módulo de elasticidade do compósito (fibra e resina) através do método da seção transformada. Exemplificação utilizada para cálculo do módulo do compósito de Vectran com 8 camadas.

Considerações:

h_f - Altura do compósito de fibra (mm);

h_m - Altura da viga de madeira (mm);

E_m – Módulo de elasticidade de viga de madeira (MPa);

EI_t – Rigidez da viga reforçada medida em laboratório (N.mm²);

$$h_2 := \frac{m_2}{\rho_{cu} \cdot L_t \cdot b} = 0.9 \cdot \text{mm} \quad h_6 := \frac{m_6}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 2.3 \cdot \text{mm}$$

$$h_3 := \frac{m_3}{\rho_{si} \cdot L_t \cdot b} = 1.8 \cdot \text{mm} \quad h_7 := \frac{m_7}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 1.2 \cdot \text{mm}$$

$$h_4 := \frac{m_4}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 1.2 \cdot \text{mm} \quad h_8 := \frac{m_8}{\rho_{vec} \cdot L_t \cdot b} = 1.7 \cdot \text{mm}$$

$$y_{cg1} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_1 \cdot b \cdot h_1 \cdot \left(h_m + \frac{h_1}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_1 \cdot b \cdot h_1} = 90.6 \cdot \text{mm} \quad y_{cg5} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_5 \cdot \left(h_m + \frac{h_5}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_5} = 95.2 \cdot \text{mm}$$

$$y_{cg2} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_1 \cdot b \cdot h_2 \cdot \left(h_m + \frac{h_2}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_1 \cdot b \cdot h_2} = 91.1 \cdot \text{mm} \quad y_{cg6} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_6 \cdot \left(h_m + \frac{h_6}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_6} = 96.9 \cdot \text{mm}$$

$$y_{cg3} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_2 \cdot b \cdot h_3 \cdot \left(h_m + \frac{h_3}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_2 \cdot b \cdot h_3} = 91.1 \cdot \text{mm} \quad y_{cg7} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_7 \cdot \left(h_m + \frac{h_7}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_7} = 93.5 \cdot \text{mm}$$

$$y_{cg4} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_4 \cdot \left(h_m + \frac{h_4}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_4} = 93.6 \cdot \text{mm} \quad y_{cg8} := \frac{b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2}\right) + n_3 \cdot b \cdot h_8 \cdot \left(h_m + \frac{h_8}{2}\right)}{b \cdot h_m + n_3 \cdot b \cdot h_8} = 95.2 \cdot \text{mm}$$

$$I_{t1} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg1} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_1 \cdot b \cdot h_1^3}{12} + n_1 \cdot b \cdot h_1 \cdot \left(h_m + \frac{h_1}{2} - y_{cg1}\right)^2 = 26254664.2 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t2} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg2} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_1 \cdot b \cdot h_2^3}{12} + n_1 \cdot b \cdot h_2 \cdot \left(h_m + \frac{h_2}{2} - y_{cg2}\right)^2 = 26750051.7 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t3} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg3} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_2 \cdot b \cdot h_3^3}{12} + n_2 \cdot b \cdot h_3 \cdot \left(h_m + \frac{h_3}{2} - y_{cg3}\right)^2 = 26727728.1 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t4} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg4} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_4^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_4 \cdot \left(h_m + \frac{h_4}{2} - y_{cg4}\right)^2 = 28830503.2 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t5} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg5} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_5^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_5 \cdot \left(h_m + \frac{h_5}{2} - y_{cg5}\right)^2 = 30307262.3 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t6} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg6} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_6^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_6 \cdot \left(h_m + \frac{h_6}{2} - y_{cg6}\right)^2 = 31747526.4 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t7} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg7} - \frac{h_m}{2} \right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_7^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_7 \cdot \left(h_m + \frac{h_7}{2} - y_{cg7} \right)^2 = 28812169.8 \cdot \text{mm}^4$$

$$I_{t8} := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg8} - \frac{h_m}{2} \right)^2 + \frac{n_3 \cdot b \cdot h_8^3}{12} + n_3 \cdot b \cdot h_8 \cdot \left(h_m + \frac{h_8}{2} - y_{cg8} \right)^2 = 30280452.1 \cdot \text{mm}^4$$

Cálculo dos deslocamentos verticais no meio do vão das vigas

$$P := 0\text{N}, 4000\text{N} \dots 28000\text{N} \quad L_v := 2800\text{mm}$$

$$\delta_1(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t1}}$$

$$\delta_1(P) =$$

0
5.9
11.7
17.6
23.4
29.3
35.2
41

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_2(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t2}}$$

$$\delta_2(P) =$$

0
5.8
11.5
17.3
23
28.8
34.5
40.3

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_3(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t3}}$$

$$\delta_3(P) =$$

0
5.8
11.5
17.3
23
28.8
34.5
40.3

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_4(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t4}}$$

$$\delta_4(P) =$$

0
5.3
10.7
16
21.3
26.7
32
37.4

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_5(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t5}}$$

$$\delta_5(P) =$$

0
5.1
10.2
15.2
20.3
25.4
30.5
35.5

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_6(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t6}}$$

$$\delta_6(P) =$$

0
4.8
9.7
14.5
19.4
24.2
29.1
33.9

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_7(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t7}}$$

$$\delta_7(P) =$$

0
5.3
10.7
16
21.4
26.7
32
37.4

$$\cdot \text{mm}$$

$$\delta_8(P) := \frac{P \cdot L_v^3}{48 \cdot E_m \cdot I_{t8}}$$

$$\delta_8(P) =$$

0
5.1
10.2
15.2
20.3
25.4
30.5
35.6

$$\cdot \text{mm}$$

Dados de Entrada para programação

$$h_f := 9$$

$$h_m := 180$$

$$b := 53$$

$$E_m := 8629$$

$$EI_t := 302369146005$$

$$I_t := \frac{EI_t}{E_m} = 3.504 \times 10^7$$

Obtenção das equações simplificadas com contendo números e as duas incógnitas do problema

$$\left[I_t = \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y - \frac{h_m}{2} \right)^2 + \frac{n \cdot b \cdot h_f^3}{12} + n \cdot b \cdot h_f \cdot \left(h_m + \frac{h_f}{2} - y \right)^2 \right] \text{ simplify } \rightarrow 3.504104137269672e7 = 16240419 \cdot n - 1717200 \cdot y + 477 \cdot n \cdot y^2 + 9540 \cdot y^2 - 176013 \cdot n \cdot y + 103032000$$

$$\left[y = \frac{\left[b \cdot h_m \cdot \left(\frac{h_m}{2} \right) + n \cdot b \cdot h_f \cdot \left(h_m + \frac{h_f}{2} \right) \right]}{b \cdot h_m + n \cdot b \cdot h_f} \right] \text{ simplify } \rightarrow y = \frac{369 \cdot n + 3600}{2 \cdot (n + 20)}$$

$$y := 90 \quad n := 5$$

Copiar e colar as duas equações simplificadas depois do comando "given" para solucionar as incógnitas

Given

$$3.504104137269672e7 = 16240419 \cdot n - 1717200 \cdot y + 477 \cdot n \cdot y^2 + 9540 \cdot y^2 - 176013 \cdot n \cdot y + 103032000$$

$$y = \frac{369 \cdot n + 3600}{2 \cdot (n + 20)}$$

$$\begin{pmatrix} n_f \\ y_{cg} \end{pmatrix} := \text{Find}(n,y) = \begin{pmatrix} 2.443 \\ 100.288 \end{pmatrix}$$

$$n_f = 2.443$$

$$I_m := \frac{b \cdot h_m^3}{12} + b \cdot h_m \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_m}{2}\right)^2 + \frac{n_f \cdot b \cdot h_f^3}{12} + n_f \cdot b \cdot h_f \cdot \left(h_m + \frac{h_f}{2} - y_{cg}\right)^2$$

$$I_t = 3.504 \times 10^7$$

$$E_m \cdot I_t = 3.024 \times 10^{11}$$

$$P := 0,5000..15000 \qquad L := 2800 \qquad E_f := n_f \cdot E_m = 2.1084 \times 10^4$$

$$\delta(P) := \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E_m \cdot I_t}$$

$$\delta(P) =$$

0
7.563
15.125
22.688